EXERCICES SUR LES INÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ A DEUX INCONNUES

Exercice 1

Monsieur Laruche approvisionne le rayon " Nature " des magasins Consom en miel et en gelée royale. Monsieur laruche expédie la marchandise dans des colis.
Chaque pot de miel " pèse " 250g et chaque pot de gelée royale 125g.
On désigne par x le nombre de pots de miel et y le nombre de pots de gelée royale présents dans un colis. La masse d'un colis ne doit pas dépasser 5 000 g.
Cette contrainte peut être traduite par l'inéquation :

$$250x + 125y \leq 5\,000 \quad \text{soit en simplifiant :} \quad 2x + y \leq 40$$

Pour résoudre cette inéquation :

1) Tracer dans un repère la droite D d'équation : $y = -2x + 40$
(x et y nombres réels tels que : $0 \leq x \leq 20$ et $0 \leq y \leq 40$)

2) Placer dans le même repère le point M (12 ; 30)

3) Vérifier, à l'aide d'un calcul clairement exposé, que les coordonnées du point M sont (ou ne sont pas), solutions de l'inéquation. Conclure à l'aide d'une phrase.

4) En exploitant la conclusion de la question précédente, hachurer la partie du plan du repère formée des points dont les coordonnées ne satisfont pas à l'inéquation : $2x + y \leq 40$.

(*D'après sujet de Bac Pro Commerce DOM – TOM Session 2000*)

Exercice 2

La société Samins confectionne, chaque jour, deux types de sacs. Les conditions de réalisation de chaque modèle sont les suivantes :

	Un modèle Pandora	Un modèle Laetitia
Surface de polyamide nécessaire (en m²)	0,405	0,5
Temps d'utilisation des machines (en h)	0,475	0,3

Chaque jour, l'entreprise dispose au maximum de 153,6 m² de polyamide et de 120 h de machines.

1) En désignant par x le nombre de modèles Pandora, et par y le nombre de modèles Laetitia, traduisez les contraintes journalières de l'entreprise sous forme d'inéquations.

2) Dans un repère orthonormal, déterminer la partie du plan qui satisfait au système formé par ces inéquations. Echelle : 1 cm représente 25 sacs.

3) Combien de sacs de chaque modèle l'entreprise devra-t-elle confectionner, chaque jour, pour optimiser sa production ?

(*D'après sujet de Bac Pro Productique matériaux souples Session 1990*)

Exercice 3

Vous devez approvisionner le linéaire de céréales.
Pour cela, vous utilisez deux produits conditionnés dans des boites de type A (boites PRO GRAIN) et B (Boites VARIETY).

x représente le nombre de boites PROGRAIN
y représente le nombre de boites VARIETY.

Le linéaire doit respecter les contraintes suivantes :
- la capacité du rayon est de 168 boites ;
- le montant du stock ne doit pas dépasser 3 600 €.
- le prix d'une boite de type A est de 27 €, celui d'une boite de type B est de 18 €.
- la marge commerciale est de 5 € pour une boite de type A et de 4 € pour une boite de type B.

1) Résolvez graphiquement l'inéquation : $x + y \leq 168$
Hachurez le domaine qui ne convient pas.

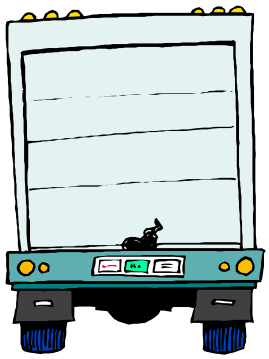
2) Exprimer algébriquement la contrainte d'immobilisation financière en fonction de x et de y. Résoudre graphiquement.

3) Exprimer la marge totale M en fonction du nombre de boites de chaque sorte. Représenter graphiquement la droite correspondante à une marge totale de 500 €.

4) Compte tenu de toutes les contraintes imposées, déterminer graphiquement le nombre de boites de chaque sorte permettant de réaliser une marge maximale. Calculer cette marge.

(*D'après sujet de Bac Pro Commerce et Services*)

Exercice 4



Un véhicule a été affrété pour le transport de marchandises.
Caractéristiques du véhicule :
- volume utile : 18 m^3
- charge utile : 6 tonnes

On veut transporter :
x colis A (75 cm $\times$ 50 cm $\times$ 40 cm) de 60 kg
et y colis B (60 cm $\times$ 50 cm $\times$ 40 cm) de 30 kg.
Les colis A et B occupent l'intégralité du volume utile.

1) Montrer que les contraintes de charge et de volume se traduisent par les inéquations :

$$2x + y \leq 200$$
$$5x + 4y \leq 600$$

2) Dans un repère orthogonal, tracer la droite D_1 d'équation $2x + y - 200 = 0$ et la droite D_2 d'équation $5x + 4y - 600 = 0$

3) Déterminer si les conditions de chargement suivantes sont possibles.
a) 50 colis A et 80 colis B.
b) 80 colis A et 50 colis B.

(*D'après sujet de Bac Pro Logistique et transport*)

Exercice 5

Un horticulteur écoule la production de 5 400 œillets et 3 360 tulipes en réalisant deux sortes de bouquets.

- le bouquet « standard » composé de 27 œillets et 12 tulipes.
- le bouquet « luxe » composé de 30 œillets et 24 tulipes.

En désignant par x le nombre de bouquets « standards » et par y le nombre de bouquets « luxe », la contrainte concernant la quantité d'œillets est traduite par l'inéquation $27x+30y \leq 5\ 400$, soit en simplifiant : $0,9x+y \leq 180$.

1) Écrire l'inéquation traduisant la contrainte concernant la quantité de tulipes.

2) Dans le repère suivant est tracée la droite (D_1) d'équation : $y = -\ 0,9x\ +180$. Tracer dans ce même repère la droite (D_2) d'équation $y = -\ 0,5x\ +140$

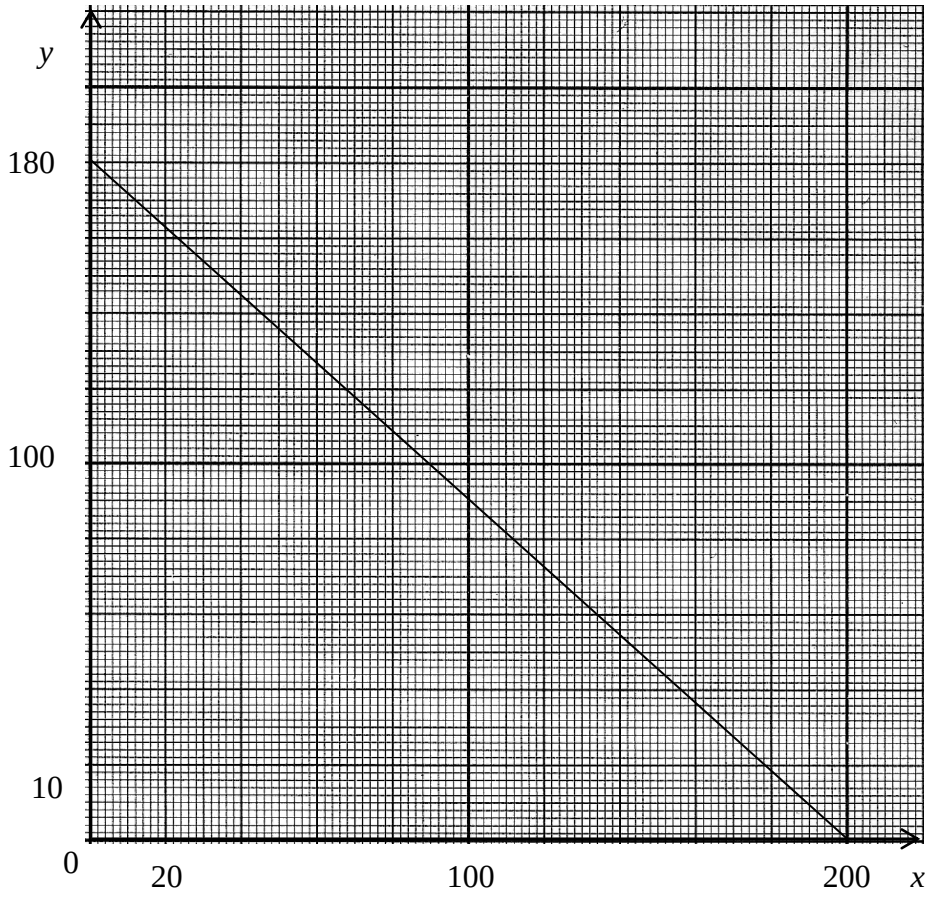
3) On se propose d'exploiter la représentation graphique pour résoudre le système d'inéquations :

$$\begin{cases} 0,9x+y \leq 180 \\ 0,5x+y \leq 140 \end{cases}$$

a) Placer le point A (40 ; 60)

b) En faisant apparaître les calculs sur la copie, montrer que les coordonnées du point A vérifient le système d'inéquations ci-dessus. De la même façon, montrer que les coordonnées du point B (160 ; 100) ne vérifient pas le système d'inéquations ci-dessus.

c) Conclure en hachurant la partie du plan qui ne convient pas.



(*D'après sujet de Bac Pro Commerce Session 2000*)

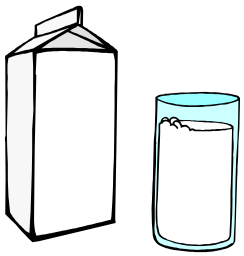
Exercice 6

Dans une laiterie, pour « sortir » une bouteille d'un litre de lait entier, une machine M_1 de remplissage est utilisée pendant trois secondes et une machine M_2 de fermeture et écriture de la date limite de vente pendant trois secondes. Pour « sortir » un Tétra-brik d'un litre de lait écrémé, il faut utiliser la machine M_1 pendant trois secondes et la machine M_2 pendant neuf secondes. Pour ces chaînes, la machine M_1 est disponible au maximum deux heures par jour et la machine M_2 trois heures par jour.
Soit x le nombre de bouteilles de lait entier produites en une journée, et y le nombre de Tétra-briks de lait écrémé produits en une journée.
1) Compléter les deux premières colonnes du tableau ci-dessous :

	Distribution en	**Nombre**	**Temps d'utilisation de la machine M_1 en secondes**	**Temps d'utilisation de la machine M_2 en secondes**	**Marge bénéficiaire en centimes**
Lait entier	Bouteilles plastiques	x			
Lait écrémé	Tétra-brik	y			

2) Le problème de « sortie » des deux produits conduit à imposer à x et à y d'être des nombres entiers et de vérifier le système :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 2400 \\ x + 3y \leq 3600 \end{cases}$$



a) À l'aide d'un graphique, déterminer les solutions de ce système.
Echelles : 1 cm pour 200 bouteilles en abscisse et 1 cm pour 200 Tétra-briks en ordonnée

b) Est-il possible de sortir en une journée :
- 2 000 bouteilles et 600 Tétra-bricks ?
- 200 bouteilles et 1 000 Tétra-bricks ?

3) La marge bénéficiaire réalisée sur le lait entier est de 20 centimes par bouteille et celle sur le lait écrémé de 25 centimes par Tétra-brik.
a) Compléter la dernière colonne du tableau précédent.
b) Exprimer le bénéfice total m en fonction de x et de y.
c) Résoudre le système : $\begin{cases} x + y = 2400 \\ x + 3y = 3600 \end{cases}$
d) Compléter le tableau ci-dessous et portez les points correspondants sur le graphique.

x	y	m **en centimes**	**Point à porter sur le graphique**
1200	400		A
1000		40000	B
	300	47500	C
1800	600		I

e) En utilisant les résultats des questions 2a et 3 c, déterminer le nombre de bouteilles et le nombre de Tétra-briks pour une marge bénéficiaire maximale.

(*D'après sujet de Bac Pro*)

Exercice 7

Une usine fabrique des lustres de type A et des lustres de type B à l'aide de deux machines M_1 et M_2.

La fabrication d'un lustre de type A nécessite l'utilisation de la machine M_1 durant une heure et M_2 durant deux heures.

La fabrication d'un lustre de type B nécessite l'utilisation de la machine M_1 durant une heure et M_2 durant une heure

La machine M_1 est disponible pendant 60 heures par mois, et la machine M_2 pendant 100 heures.

On désigne par x le nombre de lustres de type A et par y le nombre de lustres de type B.

1) Montrer que les données du problème se traduisent par le système suivant :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 60 \\ 2x + y \leq 100 \end{cases}$$

2) Dans un repère orthogonal, déterminer la partie du plan qui satisfait au système ci-dessus.

Est-il possible de fabriquer en un mois :
- 20 lustres de type A et 50 lustres de type B ?
- 30 lustres de type A et 25 lustres de type B ?

3) Le profit réalisé sur un lustre de type A est 150 €. Il est de 100 € sur un lustre de type B.

Montrer que le profit b réalisé est : $b = 150x + 100y$.

Construire les droites correspondant à :
- un profit de 4 000 €
- un profit de 5 000 €.

4) Utiliser la représentation graphique pour déterminer le profit maximal réalisable. Quel sont alors les nombres de lustres A et lustres B fabriqués ?

(*D'après sujet de Bac Pro*)

Exercice 8

Cette entreprise souhaite implanter une filiale en France. Un responsable étudie la faisabilité et le coût de cette implantation afin de déterminer le nombre de camions qu'il serait souhaitable d'acquérir.
Les véhicules L parcourent 100 000 kilomètres par an, les véhicules C parcourent 75 000 kilomètres par an.
Le responsable négocie un contrat avec un atelier de maintenance qui propose 85 heures par an d'entretien pour chaque camion L et 50 heures par an pour chaque camion C.
x désigne le nombre de camion L et y le nombre de camion C (x et y sont des nombres entiers).

Partie A Etude des contraintes

1) Compléter le tableau suivant :

Nombre de véhicules acquis par l'entreprise	Nombre de km parcourus en un an par ces véhicules	Nombre d'heures de maintenance par an pour ces véhicules
x camions de type L	$100\,000x$	$85x$
y camions de type C		

2) Le nombre de chauffeurs disponibles permet d'assurer au plus 1 800 000 kilomètres de conduite par an. Cette contrainte conduit à l'inéquation suivante :

$$100\,000x + 75\,000y < 1\,800\,000$$

Montrer que cette inéquation peut s'écrire aussi : $y < -\frac{4}{3}x + 24$ (Contrainte 1)

3) Le contrat de maintenance stipule que le nombre total d'heures d'entretien doit être au plus de 1 420 heures par an pour l'ensemble du parc de camions.

a) Écrire l'inéquation correspondant à cette deuxième contrainte.
b) Transformer cette deuxième contrainte et l'écrire sous la forme :

$$y < ax + b \quad \text{(Contrainte 2)}$$

Partie B Etude graphique

Pour cette étude, on se place dans la partie du repère avec $x > 0$ et $y > 0$.

1) La droite (D_1) a pour équation $y = -\frac{4}{3}x + 24$

Dans le repère ci-après, hachurer la partie du plan ne vérifiant pas la contrainte 1.

1) a) Compléter le tableau suivant à partir de l'équation de la droite (D_2) :

$$y = -1{,}7x + 28{,}4.$$

x nombre de véhicules de type L	2	12
y nombre de véhicules de type C		

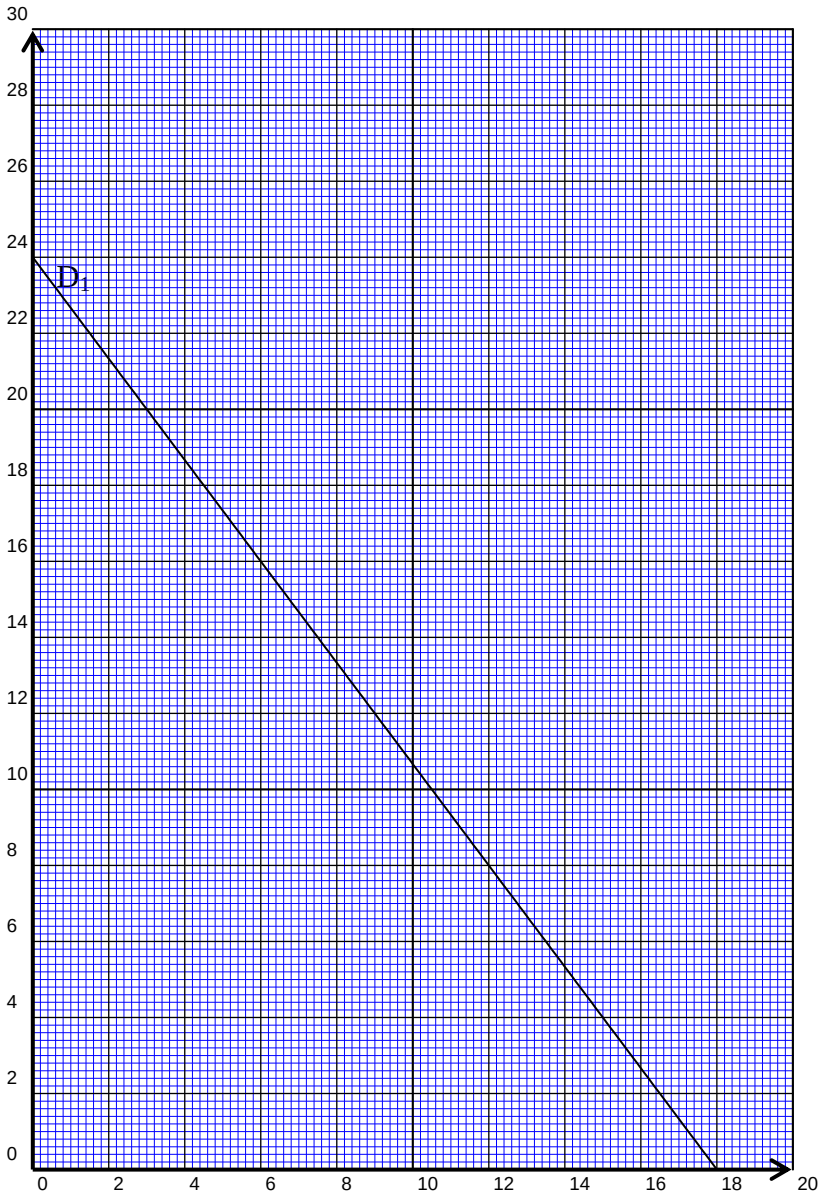
b) Tracer la droite (D_2) dans le repère.

c) Dans le repère, hachurer la partie du plan ne vérifiant pas la contrainte 2.

3) En utilisant la représentation graphique, indiquer si l'entreprise peut envisager d'exploiter un parc composé :

a) de 6 camions L et de 15 camions C. Justifier la réponse.

b) de 12 camions L et de 10 camions C. Justifier la réponse.



(*D'après sujet de Bac Pro Exploitation des transports Session juin 2005*)