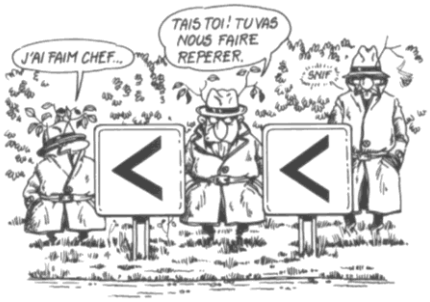
INÉQUATIONS ET SYSTÈMES D'INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ A UNE OU DEUX INCONNUES

I) Inéquations du premier degré à une inconnue



Définition

Une inéquation du premier degré, d'inconnue x peut s'écrire sous l'une des formes suivantes :

$ax \geq b$; $ax > b$; $ax \leq b$; $ax < b$.
où a et b sont des réels donnés.

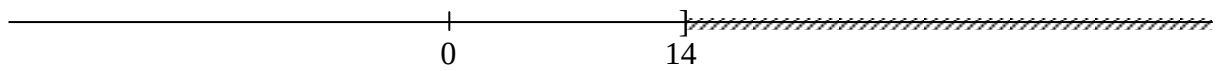
Propriétés

Ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres ne change pas le sens de l'inégalité.
Multiplier ou diviser les deux nombres d'une inéquation par un même nombre :

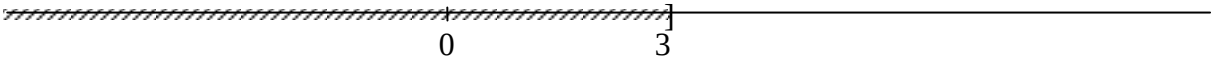
- ne change pas le sens de l'inégalité lorsque ce nombre est positif.
- change le sens de l'inégalité lorsque ce nombre est négatif.

Exemples

L'inéquation $x - 2 \leq 12$ est équivalente à $x \leq 12 + 2$ soit $x \leq 14$
L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'intervalle $]-\infty ; 14]$.
La partie non hachurée de l'axe représente ces solutions.



L'inéquation $5 - x < 2$ est équivalente à $-x < -3$ soit $x > 3$.
L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'intervalle $]3 ; +\infty[$
La partie non hachurée de l'axe représente ces solutions.



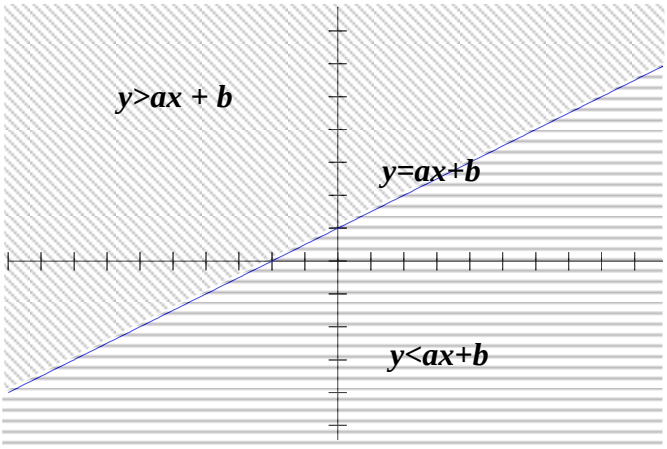
II) Inéquations linéaire à deux inconnues

Définition

Une inéquation du premier degré à deux inconnues x et y peut s'écrire sous l'une des formes suivantes :
$y < ax + b$; $y > ax + b$; $y \leq ax + b$; $y \geq ax + b$
a et b sont des nombres réels connus.

Représentation des solutions

La droite D d'équation $y = ax + b$ partage le plan en trois régions.
- « au dessus » de D, les points M, de coordonnées $(x ; y)$ sont tels que $y > ax + b$.
- « au dessous » de D, les points M, de coordonnées $(x ; y)$ sont tels que $y < ax + b$.
- « sur » D, les point M de coordonnées $(x ; y)$ sont tels que $y = ax + b$.



III) Résoudre un système d'inéquations à deux inconnues

Ecrire chaque inéquation sous forme $y \geq ax+b$ ou $y \leq ax+b$.
Tracer dans un même repère les droites d'équations $y = ax+b$ correspondants aux inéquations.
Colorier ou hachurer pour chaque inéquation la région du plan dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ des points ne sont pas solutions.
Les solutions du système sont les coordonnées des points de la région du plan non coloriée ou hachurée.

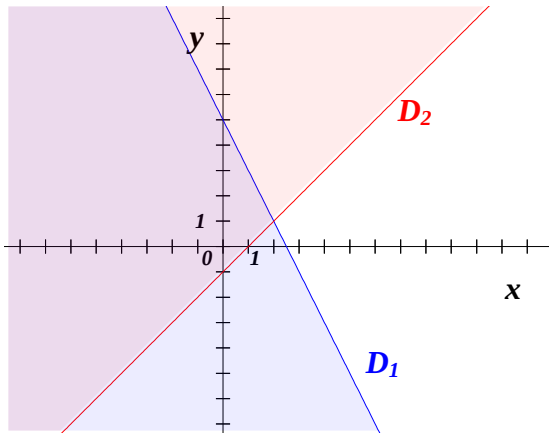
Exemple

Résoudre graphiquement le système $\begin{cases} 2x+y \geq 5 & ① \\ x-y \geq 1 & ② \end{cases}$

Le système peut s'écrire : $\begin{cases} y \geq -2x+5 & ① \\ y \leq x-1 & ② \end{cases}$

La droite D_1 a pour équation : $y = -2x + 5$.
La droite D_2 a pour équation : $y = x - 1$.

Les solutions de l'inéquation ① $y \geq -2x+5$ « sont au dessus de D_1 ».

Les solutions de l'inéquation ② $y \leq x-1$ « sont au dessous de D_2 ».

La région coloriée en clair correspond aux solutions du système.