



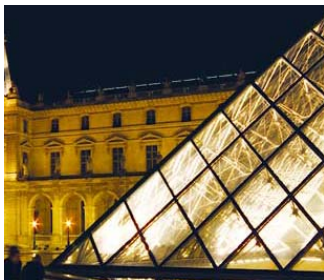
# DEVOIR SUR LES SUITES NUMÉRIQUES



La pyramide du Louvre, voulue par le président de la République Française François Mitterrand en 1983, a été conçue par l'architecte sino américain Ieoh Ming Pei. Elle est construite en fine résille de tubes métalliques qui soutiennent un voile de verre et a été achevée en 1989.



## Partie I



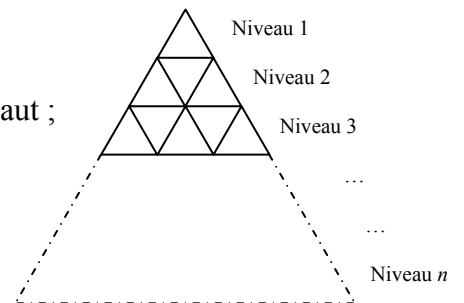
Un bureau d'étude a en charge le projet de construction d'une pyramide du style de celle du Louvre (base carrée). On se pose alors la question : combien de plaques de verre, toutes identiques et ayant la forme de triangles équilatéraux, sont-elles nécessaires à la réalisation d'un tel ouvrage ?

(Pour la pyramide du Louvre c'est un assemblage de losanges sauf pour la rangée au sol qui est constituée de triangles équilatéraux).

Un comptage systématique des plaques s'avérant long et fastidieux, on se propose de faire appel aux suites.

Pour une face, on note :

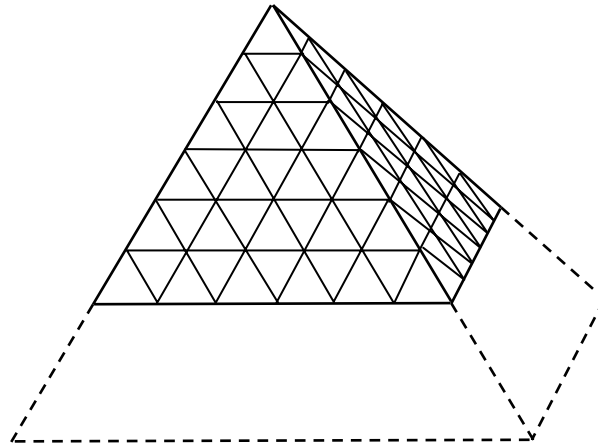
- $U_1$ , le nombre de plaques constituant le niveau le plus haut ;
- $U_2$ , le nombre de plaques du niveau sous-jacent ;
- $U_n$ , le nombre de plaques du  $n^{\text{ième}}$  niveau sous-jacent.



- 1) Déterminer  $U_1$ ,  $U_2$ , et  $U_3$ .
- 2) Quelle est la relation permettant de calculer  $U_2$  à partir de  $U_1$  ?  $U_3$  à partir de  $U_2$  ?
- 3) Exprimer le nombre de plaques  $U_{n+1}$  du niveau  $n + 1$  en fonction de  $U_n$ .
- 4) Quelle est la nature de la suite ? Quelle est sa raison ?



- 5) Exprimer  $U_2$  en fonction de  $U_1$ ,  $U_3$  en fonction de  $U_1$  et  $U_n$  en fonction de  $U_1$ , puis calculer le nombre de plaques constituant le niveau de base, sachant que la pyramide est constituée de 18 niveaux.
- 6) Calculer alors le nombre total de plaques pour une face de la pyramide.
- 7) Calculer le nombre total de plaques de la pyramide.



## Partie II

Le nombre de touristes auprès de la pyramide varie en fonction de l'heure de la journée.

Certains jours, à partir de certaines heures, le nombre de touristes double toutes les trente minutes.



- 1) Si on cherche à calculer le nombre de touristes à l'aide d'une suite, quelle sera la nature de cette suite et quelle en sera la raison ?
- 2) On suppose qu'à 8 heures du matin il y a trois touristes près de la pyramide. Combien y en aura-t-il à 8 h 30 min puis à 9 h 00 min ?
- 3) On appelle  $T_1$  le nombre de touristes à 8 h,  $T_2$  le nombre de touristes à 8 h 30 min,  $T_3$  le nombre de touristes à 9 h 00 min...  
Donner l'expression de  $T_2$  en fonction de  $T_1$  puis  $T_3$  en fonction de  $T_1$ .
- 4) En déduire l'expression de  $T_n$  en fonction de  $T_1$  et de  $n$ .
- 5) À partir de l'expression précédente, calculer le nombre de touristes que l'on doit attendre à 11 h 30 min ?
- 6) On cherche à estimer le nombre de touristes ayant vu la pyramide en une matinée. Pour cela, on suppose que les touristes ne restent pas plus de 15 min et qu'ils arrivent par groupe toutes les demi-heures. Combien de touristes seront passés voir la pyramide avant midi ?
- 7) Vous vendez des souvenirs à ces touristes au prix de 5 € depuis 8 h du matin. En supposant que 4 % d'entre eux vous en achètent un, quelle recette pouvez-vous espérer avant midi ?