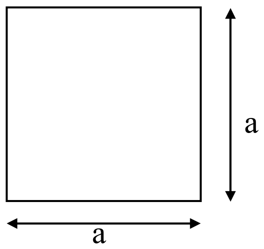
PÉRIMÈTRE ET AIRE DES PRINCIPALES FIGURES GÉOMÉTRIQUES

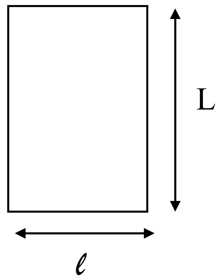
CARRE



Périmètre = $4 \times a$

Aire = $a \times a$
$= a^2$

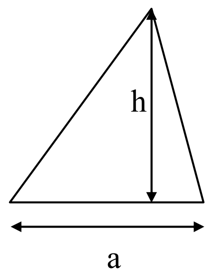
RECTANGLE



Périmètre = $2 \times L + 2 \times \ell$

Aire = $L \times \ell$

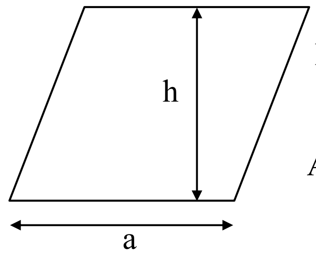
TRIANGLE



Périmètre = somme des trois cotés

Aire = $\dfrac{a \times h}{2}$

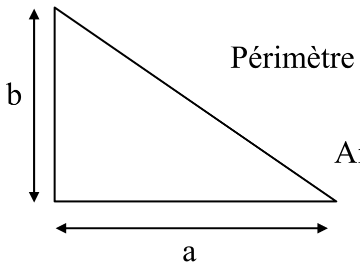
PARALLELOGRAMME



Périmètre = somme des quatre cotés

Aire = $a \times h$

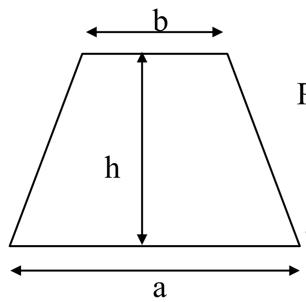
TRIANGLE RECTANGLE



Périmètre = somme des trois cotés

Aire = $\dfrac{a \times b}{2}$

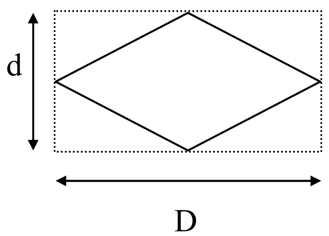
TRAPEZE



Périmètre = somme des quatre cotés

aire = $\dfrac{(a + b) \times h}{2}$

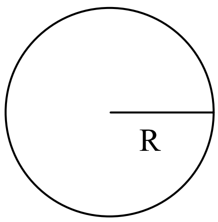
LOSANGE



Périmètre = somme des quatre cotés

Aire = $\dfrac{D \times d}{2}$

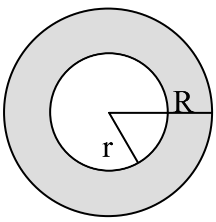
DISQUE



Périmètre = $2 \times \pi \times R$

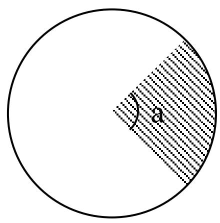
Aire = $\pi \times R \times R$
$= \pi \times R^2$

COURONNE



Aire = $\pi \times R \times R - \pi \times r \times r$
$= \pi \times R^2 - \pi \times r^2$

SECTEUR CIRCULAIRE



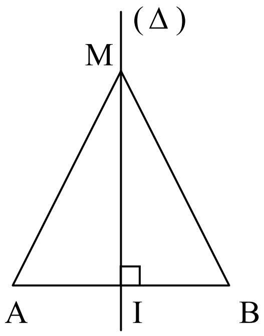
Périmètre = $2 \times \pi \times R \times \dfrac{a}{360}$

Aire = $\pi \times R \times R \times \dfrac{a}{360}$

(avec a en degrés)

GÉOMÉTRIE DANS LE PLAN

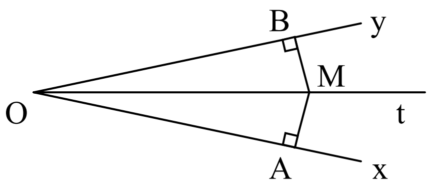
Médiatrice d'un segment



La médiatrice d'un segment [AB] est la droite Δ qui est perpendiculaire à (AB) et qui contient le milieu I du segment [AB].

Propriété
Tout point M de la médiatrice d'un segment [AB] est équidistant des extrémités de ce segment : MA = MB.

Bissectrice d'un angle



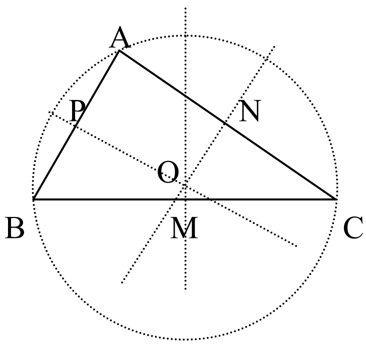
La bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$ est la demi-droite [Ot) qui partage l'angle en deux angles de même mesure.

$$\widehat{xOt} = \widehat{tOy}$$

Propriété
Tout point M de la bissectrice d'un angle est équidistant des cotés de cet angle. MA = MB.

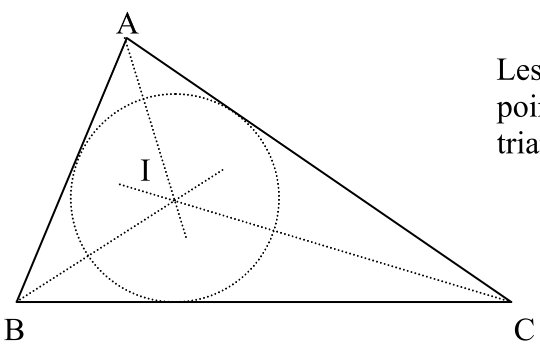
Droites remarquables du triangle

Médiatrices



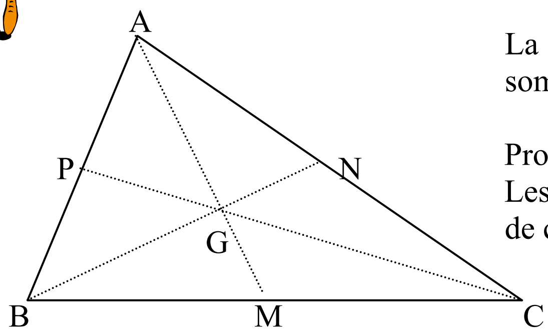
Les médiatrices d'un triangle sont concourantes : leur point de concours est le centre du cercle circonscrit au triangle.

Bissectrices



Les bissectrices d'un triangle sont concourantes ; leur point de concours est le centre du cercle inscrit dans le triangle.

Médianes

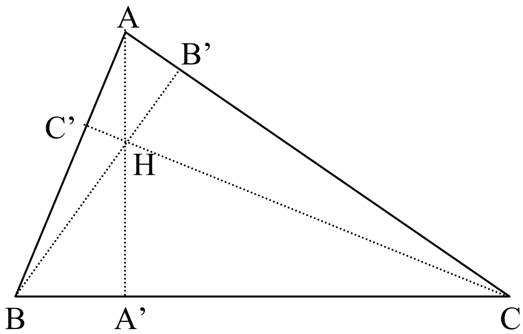


La médiane d'un triangle est la droite qui contient un sommet et le milieu du coté opposé.

Propriété
Les médianes d'un triangle sont concourantes ; leur point de concours G est le centre de gravité du triangle.

On a $AG = \frac{2}{3}AM$.

Hauteurs

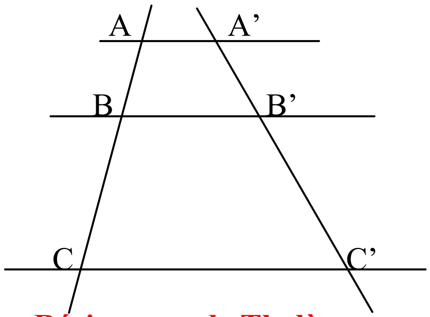


La hauteur d'un triangle est la droite qui contient un sommet et qui est perpendiculaire au coté opposé.

Les hauteurs d'un triangle sont concourantes ; leur point de concours est l'orthocentre du triangle.

Remarque : Dans un triangle équilatéral, médiatrice, bissectrice, médiane et hauteur sont confondues.

Théorème de Thalès



Si les droites (AA'), (BB') et (CC') sont parallèles, alors

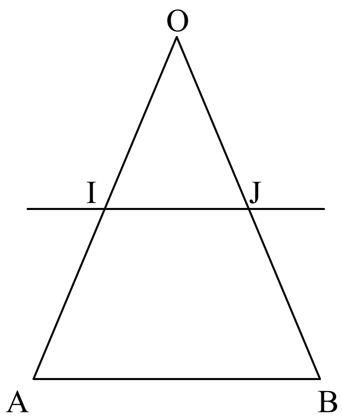
$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$$

Réciproque de Thalès

Si les droites (AA') et (BB') sont parallèles et si $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$, alors la droite (CC') est parallèle aux droites (AA') et (BB').

Cas particulier du triangle



Dans le triangle OAB, la droite qui contient le milieu I de [OA] et qui est parallèle à (AB) coupe le coté [OB] en son milieu J. On a alors :

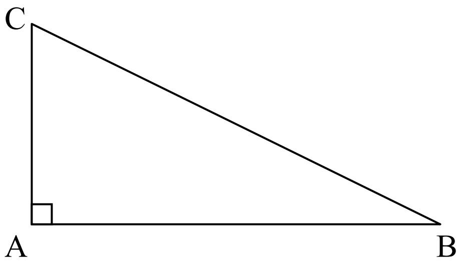
$$\frac{OI}{OA} = \frac{OJ}{OB} = \frac{IJ}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$IJ = \frac{1}{2}AB$$

Réciproquement : dans le triangle OAB, la droite qui contient les milieux I et J des cotés [OA] et [OB] est parallèle au troisième côté (AB).

Triangle rectangle

Théorème de Pythagore

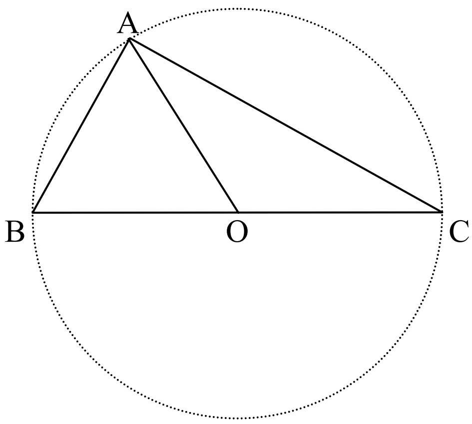


Si le triangle ABC est rectangle en A alors

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

« La somme des carrés des cotés de l'angle droit est égale au carré de l'hypoténuse ».

Propriétés

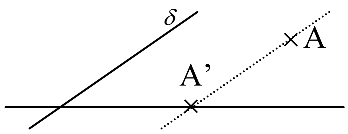


Si ABC est un triangle rectangle en A et O le milieu de [BC], alors OA = OB = OC = $\frac{1}{2}$BC.

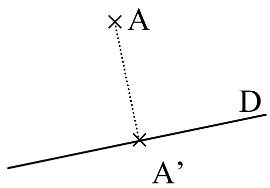
Tout triangle rectangle peut donc s'inscrire dans un demi-cercle dont le diamètre est l'hypoténuse.

Transformations

Projection d'un point sur une droite



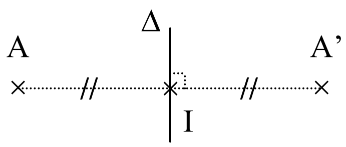
A' est le projeté du point A sur la droite D selon la direction δ ; (AA') // δ .



A' est le projeté orthogonal du point A sur la droite D ; (AA') est perpendiculaire à D

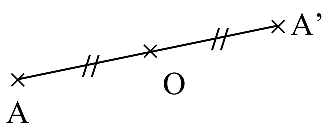
Symétrie axiale ou réflexion

Si A' est le symétrique du point A dans la symétrie d'axe Δ, alors Δ est la médiatrice du segment [AA'].

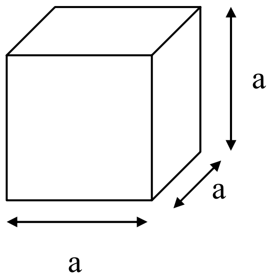
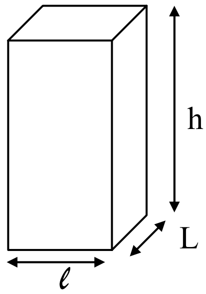
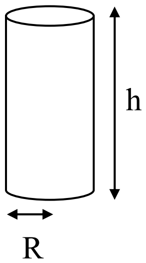
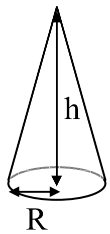
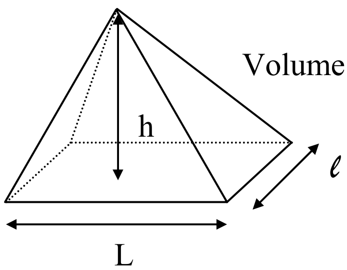
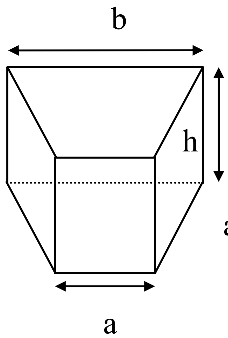
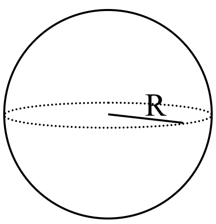
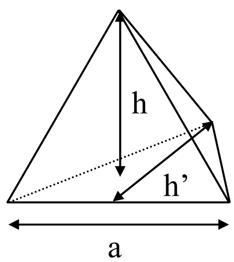


Symétrie centrale

Si A' est le symétrique du point A dans la symétrie de centre O, alors O est le milieu du segment [AA'].



VOLUMES DES PRINCIPAUX SOLIDES

CUBE  $\text{Volume} = a \times a \times a$	PARALLEPIPEDE  $\text{Volume} = L \times \ell \times h$
CYLINDRE  $\text{volume} = \text{base} \times h$ $\text{avec base} = \pi \times R \times R \times h$	CONE  $\text{Volume} = \dfrac{\text{base} \times h}{3}$ $\text{Avec base } \pi \times R \times R$
PYRAMIDE  $\text{Volume} = \dfrac{\text{base} \times h}{3}$ $\text{avec base} = L \times \ell$	PRISME  $\text{Volume} = \text{base} \times h$ $\text{avec base} = \dfrac{(a+b) \times h}{2}$
BOULE  $\text{Aire} = 4 \times \pi \times R \times R$ $\text{Volume} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R \times R \times R$	TETRAEDRE  $\text{Volume} = \dfrac{\text{base} \times h}{3}$ $\text{avec base} = \dfrac{a \times h'}{2}$

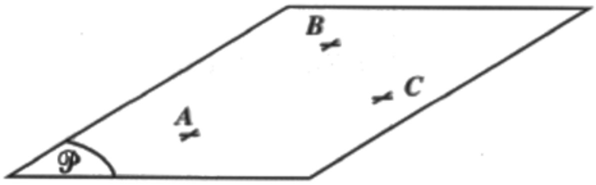
GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

I) Définition du plan dans l'espace

Exemple

Dans votre salle de classe, les murs, le plafond et le plancher matérialisent des plans, les arêtes matérialisent des droites.
Le plan du plafond et le plan du plancher sont parallèles.
Le plan d'un mur et le plan du plancher sont perpendiculaires.
Une arête verticale est perpendiculaire au plan du plancher (ou au plan du plafond).

Trois points non alignés définissent un plan.



Exemple

Un tabouret à trois pieds n'est jamais bancal ;
Il n'en est pas de même avec un tabouret à quatre pieds.

Un plan peut être défini par :
- deux droites sécantes (*fig 1*)

ou
- une droite et un point n'appartenant pas à la droite (*fig 2*)

ou
- deux droites parallèles distinctes. (*fig 3*)

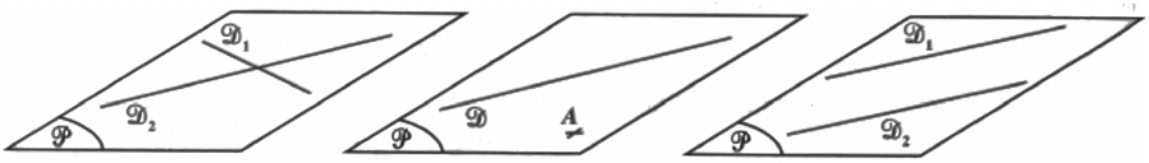


Fig. 1 ***Fig. 2*** ***Fig. 3***

II) Positions relatives

1) Positions relatives de deux droites (distinctes)

- sécantes (*fig 1*) ; deux droites sécantes sont coplanaires,
- parallèles (*fig 3*) ; droites parallèles sont coplanaires,
- non sécantes et parallèles (*fig 4 et 5*) : deux droites non sécantes et non parallèles sont non coplanaires.

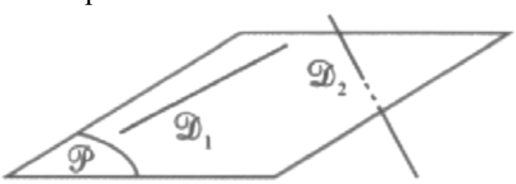


Fig. 4 - $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ ne sont pas coplanaires.

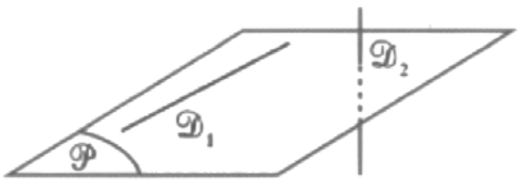


Fig. 5 - $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont orthogonales ;
$\mathcal{D}_2$ est perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$.

2) Positions relatives d'une droite et d'un plan

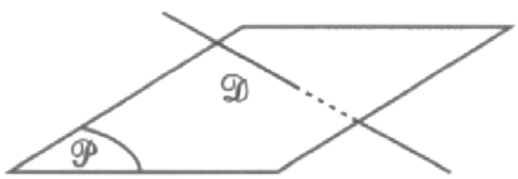


Fig. 6 - La droite $\mathcal{D}$ est sécante au plan.

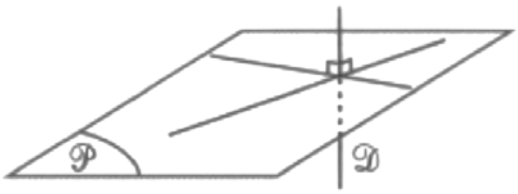


Fig. 7 - Une droite $\mathcal{D}$ est perpendiculaire à un plan si elle est perpendiculaire à deux droites non parallèles du plan.

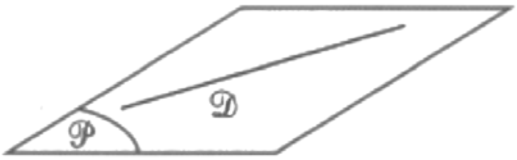


Fig. 8 - La droite $\mathcal{D}$ est contenue dans le plan.

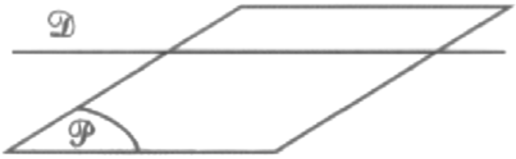


Fig. 9 - La droite $\mathcal{D}$ est parallèle au plan.

3) Positions relatives de deux plans (distincts)

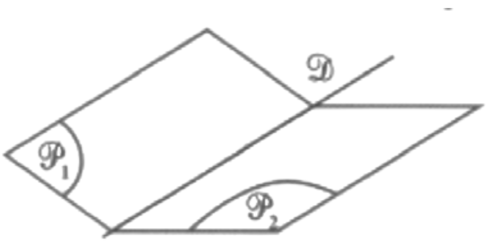


Fig. 10 - Plans sécants ; $\mathcal{D}$ est l'intersection de $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.

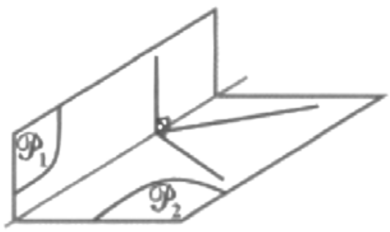


Fig. 11 - Plans perpendiculaires : $\mathcal{P}_1$ contient une droite orthogonale à $\mathcal{P}_2$.

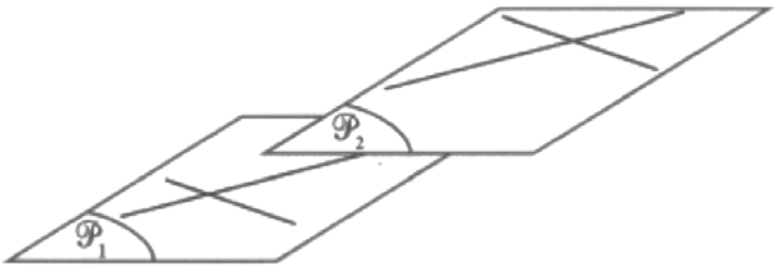
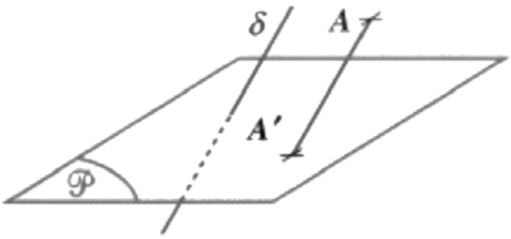


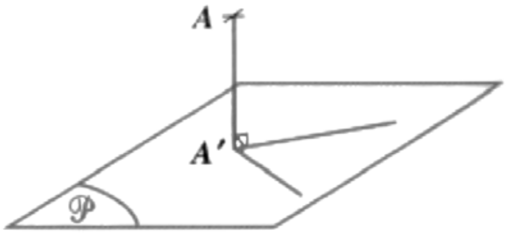
Fig. 12 - Plans parallèles (distincts) : deux droites de $\mathcal{P}_1$ sont parallèles à deux droites de $\mathcal{P}_2$.

III) Transformations

1) Projection



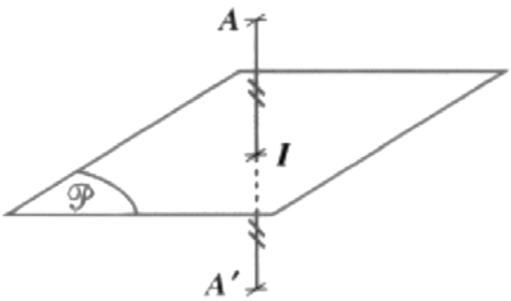
Projection selon la direction δ.



Projection orthogonale.

2) Symétrie par rapport à un plan (ou réflexion)

A' est le symétrique du point A par rapport au plan $\mathscr{P}$:



- la droite (AA') est orthogonale au plan $\mathscr{P}$;
- I est le milieu du segment $[AA']$.

$\mathscr{P}$ est le plan de symétrie.