



DEVOIR SUR LES NOMBRES COMPLEXES



Exercice 1

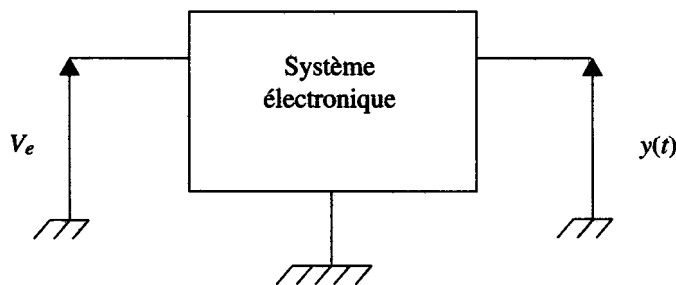
Le nombre complexe j est le nombre complexe de module 1 dont un argument est $\frac{\pi}{2}$.

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation d'inconnue x , $x^2 + 8x + 32 = 0$.
- 2) Le nombre z est un nombre complexe. Factoriser dans \mathbb{C} , l'expression $(z + 4)^2 - (4j)^2$ (mettre le résultat sous la forme $(z + \alpha)(z + \beta)$ où α et β sont des nombres complexes).
- 3) Le nombre z est un nombre complexe. Développer dans \mathbb{C} , l'expression $(z + 4)^2 - (4j)^2$ (mettre le résultat sous la forme $z^2 + az + b$ où a et b sont des nombres réels).
- 4) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation d'inconnue z , $z^2 + 8z + 32 = 0$.

(D'après sujet de Bac Pro MAVELEC Session 2000)

Exercice 2

Un circuit électronique a une tension d'entrée V_e , et une tension de sortie $y(t)$ qui dépend du temps t .



Pour une valeur fixée de la fréquence, la fonction de transfert du circuit ci-dessus a pour expression :

$$T = \frac{1}{(1 + 0,5j)^2}$$

où j désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

- 1) Donner le conjugué de $(1 + 0,5j)$.
- 2) Calculer $(1 + 0,5j)(1 - 0,5j)$.
- 3) En utilisant les résultats précédents, montrer que $T = 0,48 - 0,64j$.
- 4) Calculer le module de T , noté $|T|$.
- 5) Calculer un argument de T arrondi au degré.

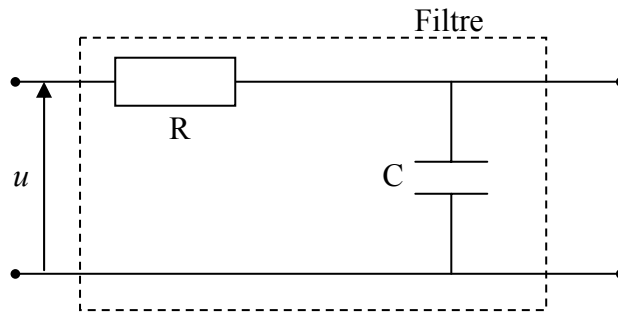


(D'après sujet de Bac Pro MAVELEC Session 2001)



Exercice 3

On applique une tension u de fréquence variable f à l'entrée d'un filtre passe-bas :



Ce filtre atténue ou « arrête » les tensions de fréquences supérieures à la fréquence $f_0 = \frac{1}{RC\omega}$

On appelle gain (en décibel) du filtre le nombre :

$G = 20\log T$ où \log est le logarithme décimal et où T est le module du nombre complexe :

$$\underline{T} = \frac{1}{1+jRC\omega}$$

On rappelle que j désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1) On donne : $R = 100 \Omega$ $C = 63 \mu F$ $\omega = 2 \pi f$ avec $f = 50 \text{ Hz}$.

Calculer $RC\omega$, où la capacité C doit être exprimée en Farad. Arrondir à 10^{-2} .

2) On admet que $\underline{T} = \frac{1}{1+1,98j}$.

En multipliant le numérateur et le dénominateur de \underline{T} par le nombre complexe $(1-1,98j)$, montrer que \underline{T} peut s'écrire $\underline{T} \approx 0,2 - 0,4j$.

3) a) Calculer le module du nombre complexe \underline{T} . Arrondir à 10^{-2} .

b) En déduire le gain G du filtre. Arrondir à l'unité.

(D'après sujet de Bac Pro ELEEC Session 2006)

