EXERCICES SUR LES NOMBRES COMPLEXES

Exercice 1

1) On considère l'équation d'inconnue réelle x :

$$x^2 + 4x + 13 = 0$$

Calculer son discriminant ; que peut-on en conclure ?

2) Vérifier que l'on peut écrire, pour tout nombre complexe z :

$$z^2 + 4z + 13 = (z + 2)^2 - (3j)^2$$

où j désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

3) Déterminer les solutions z_1 et z_2 de l'équation d'inconnue complexe z :

$$z^2 + 4z + 13 = 0$$

Représenter dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormal $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm, les images M_1 et M_2 des nombres z_1 et z_2.

(*D'après sujet de Bac Pro Équipements et installations électriques Session 1994*)

Exercice 2

j désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

x et y sont deux nombres réels non nuls.
On considère les nombres complexes suivants :

$$z = 1 + j\frac{x}{y}$$
$$z' = 1 + 2jx - x^2$$

1) a) Exprimer sous la forme algébrique le nombre complexe $Z = z \times z'$.

b) Ecrire la relation liant x et y pour que ce nombre Z soit réel.
Dans ces conditions, exprimer y en fonction de x.

2) Le plan est muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.
On appelle $\mathcal{C}$ la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2}$

a) Tracer l'arc de la courbe $\mathcal{C}$ obtenu pour x appartenant à l'intervalle [-5 ; + 5].

b) Quel est l'ensemble des points H de coordonnées x et y pour lesquels le nombre complexe zz' défini en 1) est réel ?

(*D'après sujet de Bac Pro MAVELEC Session 1993*)