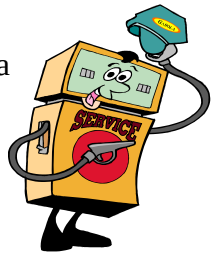
PROPORTIONNALITÉ ET FONCTION LINÉAIRE

I) Proportionnalité



La pompe à essence de votre station service vous donne la valeur en euros de la quantité de carburant versée dans le réservoir de votre voiture.
Si on considère le prix du litre de carburant à 1,2 € on a le tableau suivant :

×2

Volume de carburant en L	1	2	3	5	11
Prix à payer en €	1,2	2,4	3,6		

×3

On constate que si le volume de carburant est doublé, le prix sera tout autant doublé. Si le volume de carburant est triplé, le prix sera tout autant triplé …

On peut aussi trouver un opérateur permettant de déduire la série de nombre de la deuxième rangée à partir des nombres de la première rangée. Si on nomme cet opérateur k, on doit avoir :

$$\frac{1,2}{1} = \frac{2,4}{2} = \frac{3,6}{3} = \ldots = k$$

Définition

Les nombres y_1, y_2, y_3, … sont proportionnels aux nombres x_1, x_2, x_3, … si $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots = k$. Le nombre k est appelé le coefficient de proportionnalité.

Remarque

♦ Pour compléter le tableau ci-dessus, on peut remarquer que 5 est égal à la somme de 2 et 3. Le prix à payer pour 5 L de carburant correspondra à la somme des prix à payer pour 2L et 3L.

Soit : 2,4 + 3,6 = 6.

♦ On peut utiliser la méthode dite du « produit en croix » :

3	5
3,6	x

$3 \times x = 3,6 \times 5$ soit $x = \frac{3,6 \times 5}{3}$ d'où $x = 6$

Dans l'exemple de la pompe à essence, on vient de voir que le prix à payer est proportionnel au volume de carburant. Il suffit de multiplier le volume par 1,2 pour obtenir le prix en euros.

On dira qu'il existe une fonction linéaire permettant de calculer le prix à payer en fonction du volume de carburant vendu.

II) Fonction linéaire

Définition

La fonction qui, à tout nombre relatif x, associe le nombre relatif ax, s'appelle fonction linéaire de coefficient a. Elle se note :

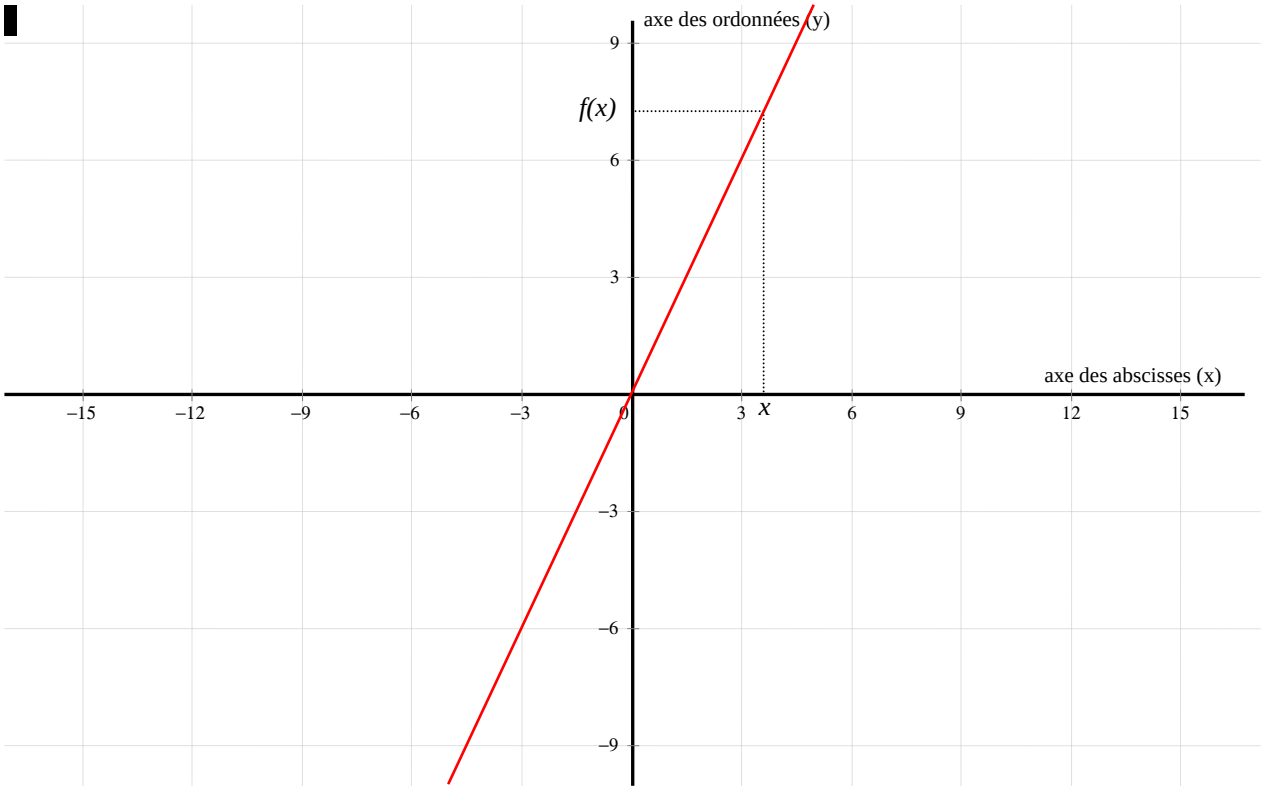
$$f : x \mapsto ax \quad \text{ou} \quad f(x) = ax$$

$f(x)$ est l'image du nombre x par la fonction f.

Propriétés

♦ La représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ dans un repère orthogonal est une droite passant par l'origine.

♦ La relation $y = ax$ qui caractérise les points de cette droite est appelée équation de la droite.



♦ Une droite est définie par deux points. Pour tracer dans un repère orthogonal une droite représentant une fonction linéaire, il suffit de placer un point autre que l'origine.

♦ Le coefficient a de la fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ caractérise l'orientation de la droite représentative par rapport au repère. a est le coefficient directeur de la droite d'équation $y = ax$.