SUITES ARITHMÉTIQUES

Exercice 1

En 2010, l'entreprise IMLOG ne changera pas son contrat de location car elle envisage d'entrer dans une démarche d'économie de papier et souhaite ne pas dépasser 175 500 photocopies pour l'année. À partir de janvier 2010, elle s'imposera le rythme suivant :

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril
Rang du mois	1	2	3	4
Nombre de copie	18 000	17 900	17 800	17 700

1) **Montrer** que les nombres de photocopies faites respectivement en janvier, février, mars er avril sont les quatre premiers termes d'une suite arithmétique dont on précisera la raison.
a) On appelle (U_n) la suite arithmétique de 1er terme $U_1 = 18\,000$ et de raison -100.
Donner l'expression U_n en fonction de n.
b) **Montrer** que U_n peut s'écrire $U_n = 18\,100 - 100n$

2) **Calculer** U_8.

3) a) **Montrer** que la somme des n premiers termes de cette suite peut s'écrire :

$$U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \frac{n(36\,100 - 100n)}{2}$$

Et plus simplement : $U_1 + U_2 + \ldots + U_n = 18\,050n - 50n^2$

b) **Calculer** la somme des 8 premiers termes.

4) **Résoudre** l'équation $-50n^2 + 18\,050n - 175\,500 = 0$

5) On suppose que l'évolution du nombre de photocopies reste la même jusqu'à la fin de l'année 2010. À partir des résultats précédents,
a) **Indiquer** le nombre de photocopies qui seraient réalisées au cours du mois d'aout.
b) **Indiquer** le nombre de photocopies réalisées sur l'ensemble des huit premiers mois de 2010.
c) **Indiquer** si l'entreprise peut tenir son objectif sur 2010. **Justifier** la réponse.

(*D'après sujet de Bac Pro Secrétariat Session juin 2010*)

Exercice 2

Une entreprise de transport possède 40 camions en décembre 1991. L'évolution de l'entreprise est telle que celle-ci doit acheter 8 camions supplémentaires chaque année.

1) **Calculer** le nombre de camions que possède l'entreprise en 1992, en 1993 et en 1994.

2) Ces nombres forment une suite.
a) **Donner** la nature de cette suite.
b) **Préciser** le premier terme U_1 et la raison de cette suite.
c) **Donner** l'expression du nombre U_n de camions que possède l'entreprise l'année n.

3) Quel est le nombre de camions que possède l'entreprise en 2002 ?

(*D'après sujet de Bac Pro Logistique Antilles Session 2002*)

Exercice 3

Une boutique spécialisée dans la vente de DVD a récemment ouvert un site Internet de location en ligne. Afin d'évaluer la pertinence de ce choix, le service commercial vous demande d'évaluer :

- le nombre de connexions durant la $10^{ème}$ semaine.
- le nombre de semaines nécessaires pour que le nombre total de connexions depuis l'ouverture du site soit supérieur à 20 000.

Vous disposez d'un tableau indiquant le nombre d'internautes qui se sont connectés sur le site au cours des cinq premières semaines.

Semaine	1	2	3	4	5
Nombre de connexions	278	495	724	944	1 153

On considère que la suite numérique formée des nombres successifs de connexions est proche du modèle mathématique suivant :

Semaine	1	2	3	4	5
Terme U_n	$U_1 = 280$	500	720	940	1 160

1) **Montrer** que U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 sont les cinq premiers termes d'une suite arithmétique (U_n), et préciser sa raison.

2) a) **Donner** l'expression de U_n en fonction de n.

b) **Montrer** que U_n peut s'écrire : $U_n = 220n + 60$.

3) **Calculer** U_{10}.

4) **Montrer** que la somme des n premiers termes de cette suite peut s'écrire sous la forme :

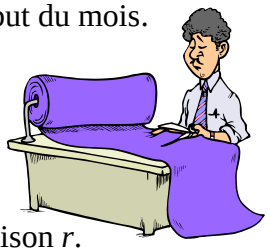
$$S_n = \frac{n(340 + 220n)}{2}$$

et plus simplement sous la forme $S_n = 110n^2 + 170n$.

(*D'après sujet de Bac Pro Secrétariat Session juin 2006*)

Exercice 4

Au cours du mois de janvier, l'entreprise qui fabrique un tissu produit chaque jour la même longueur de tissu. On relève chaque soir la longueur totale produite depuis le début du mois.



À la fin du $3^{ième}$ jour on atteint une longueur totale $u_3 = 39\,000$ mètres linéaire.

À la fin du $5^{ième}$ jour on atteint une longueur totale $u_5 = 65\,000$ mètres linéaire.

1) Les longueurs totales produites forment une suite arithmétique. **Calculer** la raison r.

2) **Calculer** la production totale u_{22} à la fin du mois de janvier.

(*D'après sujet de Bac Pro AMA Option : Vêtements et Accessoires de Mode Session 2002*)

Exercice 5

À partir de l'extrait du tableau de mesure suivant, sur la ligne 5 « Tour de poignet » :

- on relève $u_3 = 16$ cm, pour la taille 40
- on relève $u_7 = 17{,}2$ cm, pour la taille 48.

TAILLES	**36**	**38**	**40**	**42**	**44**	**46**	**48**
1. Tour de poitrine	80	84	88	92	96	100	104
2. Tour de taille	58	62	66	70	74	78	82
3. Tour de bassin	84	88	92	96	100	104	108
4. Tour de bras	25,6	26,8	28	29,2	30,4	31,6	32,8
5. Tour de poignet			16				17,2
6. Encolure	35	36	37	38	39	40	41

Les mesures du tour de poignet forment une suite arithmétique.

1) **Calculer** la raison *r* de la suite.

2) **Compléter** les termes manquants de cette suite.
Présenter le calcul de l'un d'entre-eux.

(*D'après sujet de Bac Pro AMA option vêtements et accessoires de mode Session 1999*)

Exercice 6

Dès le début, du printemps (semaine 1), un grossiste livre des assortiments de maillots de bain à des magasins franchisés. Les premières quantités livrées sont données dans le tableau suivant :

semaine	1	2	3	…….	10
Modèle « HAWAÏ SURF »	$u_1 = 480$	$u_2 = 504$	$u_3 = 528$		u_{10}
Modèle « HONOLULU »	$v_1 = 200$		v_3		v_{10}

1) Pour le modèle « HAWAÏ SURF »

a) Quelles sont la nature et la raison de la suite formée par les trois premiers termes ?
b) Sachant que les nombres suivent la même progression pendant 10 semaines, **calculer** la quantité u_{10} livrée la semaine 10.

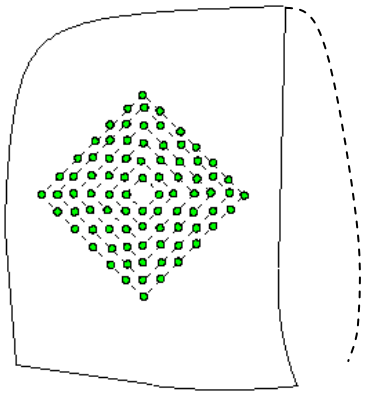
2) Le modèle « HONOLULU » est livré à 200 exemplaires la première semaine ; les quantités hebdomadaires forment une suite arithmétique de raison 40.

a) **Calculer** v_3 et v_{10}.
b) On appelle *n* le rang de la semaine. **Exprimer** v_n en fonction de *n*.

c) **Exprimer** en fonction de *n*, la somme *Sn* de maillots « HONOLULU » livrés pendant les *n* premières semaines.

(*D'après sujet de Bac Pro Commerce Session septembre 2001*)

Exercice 7



Chaque face d'une capuche est agrémentée d'un motif constitué de 6 carrés concentriques, formés de paillettes cousues.

Le nombre de paillettes par carré constitue une suite arithmétique (u_n) de raison $r = 4$.

1) Le premier carré est formé de 4 paillettes, on a donc $u_1 = 4$. **Calculer** u_6.

2) **Calculer** le nombre total S_6 de paillettes nécessaires pour réaliser un motif.

3) Les paillettes étant vendues en boite de 50, **calculer** le nombre de boites nécessaires pour réaliser les deux motifs.

(*D'après sujet de Bac Pro Artisanat et métier d'art Session septembre 2008*)

Exercice 8

Une ferme aquacole de Vendée décide de cultiver des micro-algues sur de l'eau de forage. Elle fait appel à une entreprise A pour creuser un puits.

Le coût prévu pour ce travail comprend :
- un forfait de mise en place du matériel de 800 €
- 200 € par mètre creusé.

On note U_1 le montant forfaitaire, U_2 le coût du forage à 1 mètre, U_3 le coût du forage à 2 mètres, ... *Un* le coût du forage à n –1 mètres.

1) **Calculer** U_2, U_3 et U_4.

2) a) **Donner** la nature de la suite U_1, U_2, U_3 …U_n.

b) **Préciser** sa raison.

3) a) **Exprimer** *Un* en fonction de n.

b) **Calculer** U_{13}.

4) La profondeur du forage est prévue à 12 mètres. Une autre entreprise B leur propose un forage à 12 mètres pour un coût global de 3 500 euros. Laquelle des deux entreprises, A ou B, est la plus avantageuse ? **Justifier** votre réponse.

(*D'après sujet de Bac Pro Cultures maritimes Session juin 2003*)

Exercice 9

Le tableau ci-dessous indique la correspondance entre la taille réelle, en centimètre, d'une chaussure pour femme et la pointure de celle-ci dans le système américain.

Taille : t (en cm)	24,5	25	25,5	26	26,5	27	27,5	28	28,5	29	29,5	30	30,5
Pointure : s	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}
	= 5,5										= 10,5		

1) La pointure des chaussures pour femme dans le système américain constitue une suite arithmétique. **Calculer** la raison de cette suite.

2) **Calculer** les termes s_3 et s_8.

3) **Exprimer** la taille t en fonction de la pointure s.

(*D'après sujet de Bac Pro AMA – vêtement et accessoires de mode Session 2004*)

Exercice 10

Situé à l'ouest du département des Vosges, le village de Grand possède d'importantes ruines romaines. Vers l'an 300, ce village, alors connu sous le nom d'Andesina, abritait, selon les chroniqueurs de l'époque, « le plus beau sanctuaire de toute la Gaule ».

Le sanctuaire a totalement disparu, mais il subsiste encore d'imposants vestiges :
- un amphithéâtre d'environ 17 000 places.
- une mosaïque d'environ 220 mètres carrés.
- un vaste réseau de galeries souterraines.

Une partie de l'arène de l'amphithéâtre est entourée de gradins. Le nombre de places par rangée constitue une suite arithmétique.

Sur la 1e rangée, on a estimé qu'il y avait 200 places ; on note $u_1 = 200$.
Sur la 25e rangée, on a estimé qu'il y avait 320 places ; on note $u_{25} = 320$.

1) **Calculer** la raison r de la suite.

2) On considère qu'à l'origine, il pouvait y avoir 52 rangées.
Calculer le nombre de places qu'il devait y avoir à la 52e rangée.

3) **Calculer** le nombre total de places sur l'ensemble des gradins.

(*D'après sujet de Bac Pro AMA – Art de la Pierre Session 2004*)