LOGARITHME NÉPÉRIEN

Exercice 1

Une entreprise de mareyage « PECHEDISTRIB » de Lorient, procède à une étude du coût de transport par route et par rail et à une étude de rentabilité.
Cette entreprise souhaite déterminer la mode de transport le plus rentable en fonction du nombre de kilomètres parcourus pour les modes de transport ferroviaire et routier.
Pour un nombre x de kilomètres parcourus, le coût C_F en euros, du transport ferroviaire d'une tonne de poisson est donné par la formule :

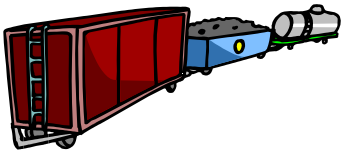
$$C_F = 0{,}1x + 630$$

et le coût C_R en euros, du transport routier d'une tonne de poisson est donné par la formule :

$$C_R = 200 \ln(x) - 600$$

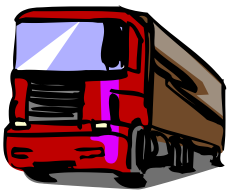
I) Calcul du coût :

L'entreprise doit transporter une tonne de poisson de Lorient à Bordeaux sur une distance de 480 km.



1) Calculer le coût de ce trajet par transport ferroviaire.

2) Calculer le coût de ce trajet par transport routier.



3) Quel moyen de transport le plus économique va-t-elle choisir ?

II) Étude du coût :

Représentations graphiques

1) Soit la représentation f définie sur l'intervalle [50 ; 1 200] par $f(x) = 0{,}1x + 630$

À l'aide GéoGébra, construire la courbe représentative de la fonction f.

2) Soit la fonction g définie sur l'intervalle [50 ; 1 200] par $g(x) = 200 \ln(x) - 600$.
a) Compléter le tableau de valeurs de g(x), arrondies à la dizaine.

x	50	100	200	300	400	600	800	1 000	1 200
$g(x) = 200\ln(x) - 600$									

b) Dans le repère de GéoGébra, construire la courbe représentative de la fonction g.

Exploitation graphique

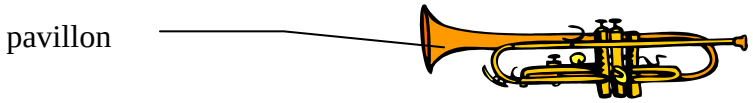
3) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

4) Déterminer graphiquement :
a) Pour quelle distance les deux coûts de transport sont-ils égaux ?
b) Sur quel intervalle, le transport ferroviaire est-il le plus avantageux ?
c) Sur quel intervalle, le transport routier est-il le plus avantageux ?

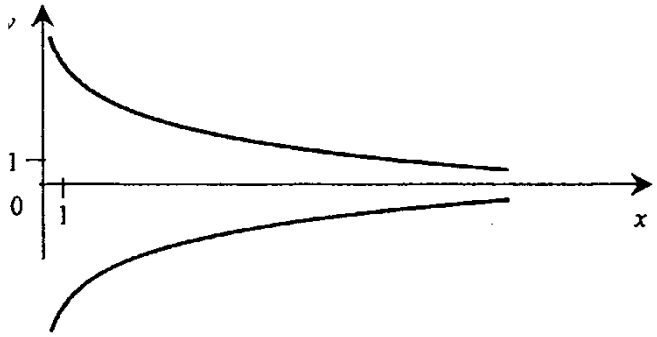
(*D'après sujet de Bac Pro Exploitation des Transports – Logistique Session 2004*)

Exercice 2

La trompette est un instrument de musique faisant partie de la famille des cuivres. L'objet de cet exercice est d'étudier la courbure du pavillon d'une trompette.



Le schéma ci-dessous représente le profil du pavillon d'une trompette :



La partie supérieure du profil du pavillon est modélisée par la courbe représentative C de la fonction f définie sur l'intervalle [0,5 ; 19] par :

$$f(x) = -1{,}42 \ln x + 5{,}31.$$

1) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous. Les résultats seront arrondis au dixième.

x	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	15	17	19
$f(x)$	6,3				4,0	3,7	3,3	3,0			2,4	2,2	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1

2) En notant f' la dérivée de la fonction f, on a : $f'(x) = -\dfrac{1{,}42}{x}$

a) Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0,5 ; 19].

b) Compléter le tableau de variation de la fonction f (ci-dessous).

x	0,5 19
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

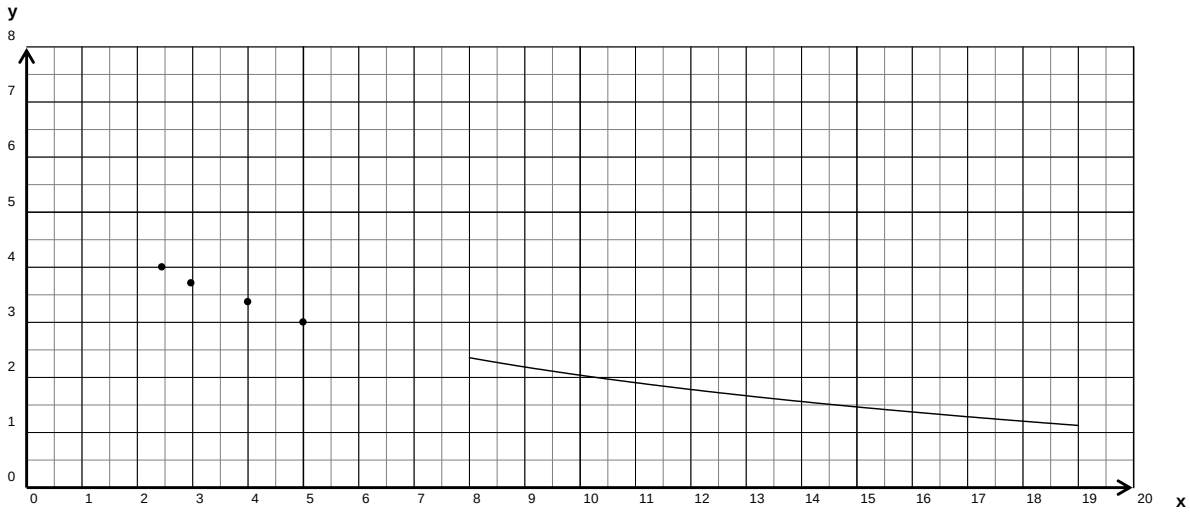
3) a) Calculer $f'(1)$.

b) Parmi les équations de droites suivantes, quelle est celle de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 1 ?

$y_1 = -1{,}42x - 6{,}72$ $\qquad$ $y_2 = 5{,}3x - 6{,}72$ $\qquad$ $y_3 = -1{,}42x + 6{,}72$

Justifier la réponse.

4) a) Dans le repère suivant, construire la tangente au point d'abscisse 1 puis compléter le tracé de la courbe C.



b) La sourdine est un instrument permettant de modifier le son d'une trompette et qui se place à l'entrée du pavillon. Un des points de contact de la sourdine avec le pavillon de la trompette est le point A de la courbe *C* d'ordonnée 3.

- Placer le point A dans le repère précédent.
- Calculer l'abscisse du point A en résolvant l'équation : $-1{,}42 \ln x + 5{,}31 = 3$.

Le résultat sera arrondi à l'unité.

(*D'après sujet de Bac Pro O.M.F.M. Session juin 2005*)

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0,01 ; 0,5] par $f(x) = -300x\ln x$.
On note *C* la courbe représentative de *f* dans le plan rapporté à un repère.
On admet que, pour tout *x* appartenant à [0,01 ; 0,5], $f'(x) = -300(\ln x + 1)$

1) a) Résoudre l'équation $\ln x = -1$ à l'aide du solveur de la calculatrice. On donnera une valeur arrondie au centième.

b) Calculer $f'\left(\frac{1}{e}\right)$.

c) Calculer $f\left(\frac{1}{e}\right)$. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

2) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0,01 ; 0,5].

3) Compléter le tableau des variations de la fonction f.

x	0,01	0,5
Signe de $f'(x)$		
Variations de f		

4) a) Compléter le tableau de valeurs. On donnera les valeurs arrondies au dixième.

x	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$f(x)$							

5) La fonction f modélise la température d'un four (en °C) en fonction de la durée x (en heures) lors du réchauffage programmé d'un plat cuisiné.

a) Représenter à l'aide de la calculatrice la courbe représentative de la fonction *f*.

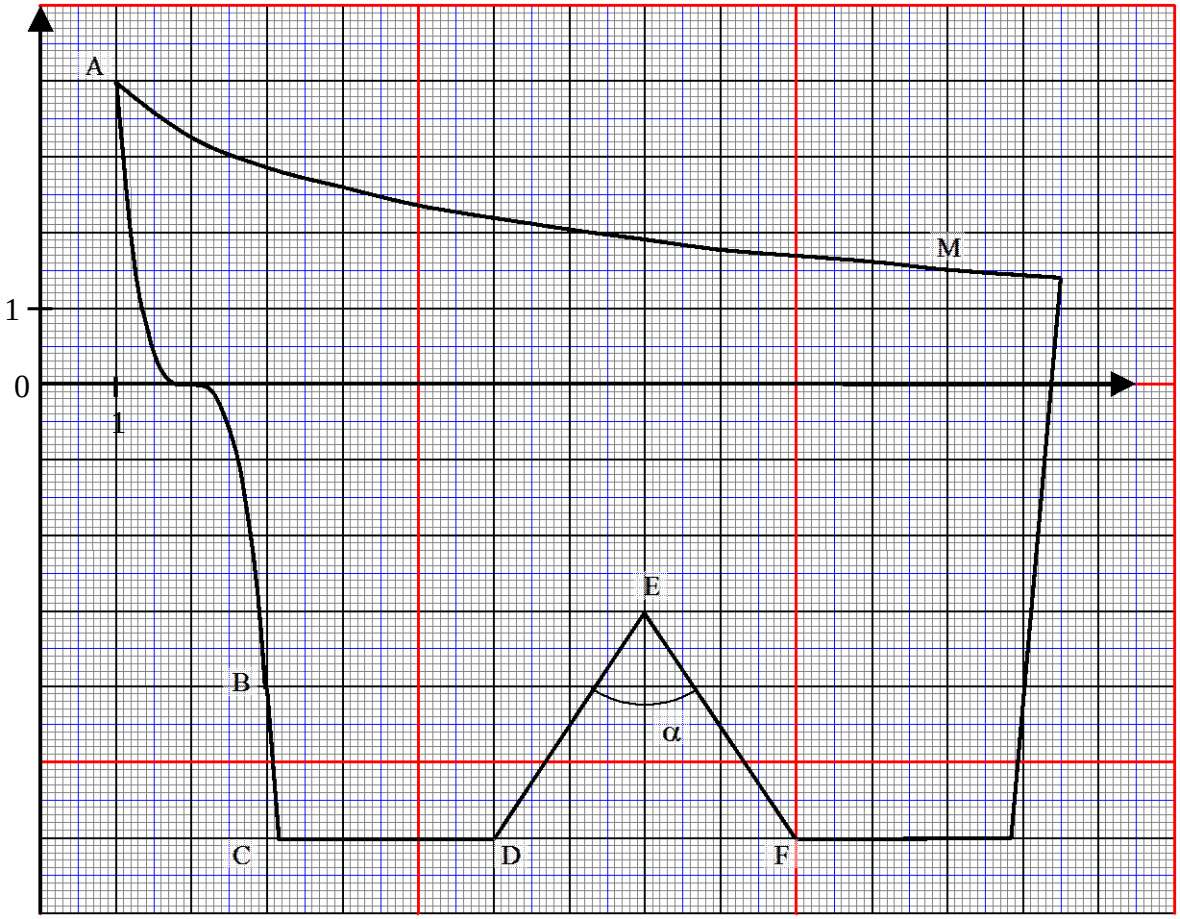
b) Déterminer la durée de chauffe x_m nécessaire pour atteindre la température maximale, puis donner la valeur décimale, arrondie au dixième, de cette température maximale

c) Déterminer graphiquement les durées pour lesquelles la température du four est égale à 60 °C. Exprimer ces résultats en minutes, arrondis à l'unité.

(*D'après sujet de Bac Pro Bio - Industries de Transformation Session 2002*)

Exercice 4

L'ébauche d'un prototype de chaussure de type sino-japonaise est présentée ci-dessous.



L'arc AMH déjà représenté dans le repère précédent, est la représentation graphique de la fonction *g* définie par $g(x) = 4 - \ln(x)$ sur l'intervalle d'étude [1 ; 13,5], où ln est la fonction logarithme népérien.

1) À l'aide du graphique, lire l'ordonnée du point d'abscisse 4,5.
Vérifier par le calcul le résultat obtenu graphiquement. Arrondir le résultat à 10^{-2}.

2) Pour fixer la bride de la chaussure, on a besoin de connaître les coordonnées du point M. On connaît son ordonnée 1,5. Lire graphiquement la valeur approchée de l'abscisse du point M puis déterminer par le solveur de la calculatrice, la valeur exacte de l'abscisse du point M. Arrondir le résultat à 10^{-2}.

(*D'après sujet de Bac Pro Artisanat et Métier d'Art Session 2004*)