



EXERCICES SUR LE CALCUL INTÉGRAL

Exercice 1

$$W = \int_{0,041}^{0,204} \frac{323}{v} dv. \text{ Calculer } W. \text{ (Le résultat sera arrondi à l'unité).}$$

(D'après sujet de Bac Pro Énergétique Session 1999)

Exercice 2

Lors de l'écoulement laminaire d'un fluide dans une conduite neuve, de section circulaire, la répartition de la vitesse v d'écoulement des particules satisfait à la relation :

$$v = 10^{-6} \frac{\Delta P}{4\eta\ell} (R^2 - r^2)$$

ΔP : perte de charge sur la longueur ℓ de conduite en Pa.

ℓ : longueur de la conduite en m,

R : rayon du tube en mm,

η : coefficient de viscosité dynamique du fluide,

r : distance par rapport à l'axe du tube en mm,

v : vitesse du fluide à une distance r de l'axe du tube en m/s.

1) Exprimer la vitesse v en fonction de la distance r , pour un tube de rayon $R = 7,5$ mm, dans les conditions suivantes :

$$\Delta P = 15\,000 \text{ Pa} \quad \ell = 1 \text{ m} \quad \eta = 0,036$$

2) On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 7,5]$ par : $g(x) = -0,104x^2 + 5,86$.

a) Déterminer une primitive G de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 7,5]$.

b) Calculer l'intégrale $I = \int_0^{7,5} (-0,104x^2 + 5,86) dx$.

La vitesse moyenne d'écoulement dans ce tube est donnée en m/s par la formule :

$$\mu = \frac{1}{7,5} \int_0^{7,5} (-0,104x^2 + 5,86) dx .$$

Calculer cette vitesse moyenne.

(D'après sujet de Bac Pro Énergétique Session 2001)

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[700 ; 1\,200]$ par $f(x) = -24800 \times \frac{1}{x} + 27,3$.

1) Déterminer $F(x)$ où F est une primitive de la fonction f .

2) Calculer l'intégrale $J = \int_{1000}^{1100} f(x) dx$ à l'unité près.

(D'après sujet de Bac Pro Industries de procédés Session juin 2001)



Exercice 4

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 7,5]$ par : $g(x) = -0,104x^2 + 5,86$

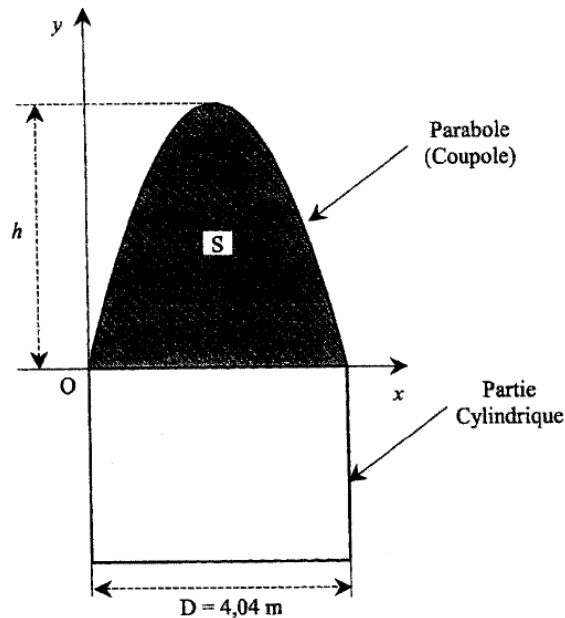
1) Déterminer une primitive G de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 7,5]$.

2) Calculer l'intégrale $I = \int_0^{7,5} (-0,104x^2 + 5,86) dx$.

(D'après sujet de Bac Pro Énergétique Session septembre 2001)

Exercice 5

Dans une sucrerie, afin d'accélérer le séchage du sucre, on le fait passer dans plusieurs appareils. Chacun d'eux est composé d'un cylindre surmonté d'une coupole. Le schéma ci-contre représente l'ensemble en coupe.



Dans le repère (Ox, Oy) l'équation de la parabole (coupole en coupe) représentée sur le schéma ci-dessus est :

$$y = -x^2 + 4,04x \text{ avec } x \text{ appartenant à l'intervalle } [0 ; 4,04]$$

1) Déterminer une primitive F de la fonction f .

2) Calculer l'intégrale $A = \int_0^{4,04} (-x^2 + 4,04x) dx$. (Le résultat sera arrondi à l'unité).

3) Que représente cette intégrale ?

(D'après sujet de Bac Pro Bio-Industries de Transformation Session juin 2004)

Exercice 6

Calculer la valeur de l'intégrale $I = \int_0^8 (-0,1875x^2 + 1,5x) dx$.

(D'après sujet de Bac Pro Artisanat et Métiers d'Art Option Photographie Session juin 2003)



Exercice 7

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 8]$ par $f(x) = 0,18x^2 + 9,5$.

La valeur moyenne d'une fonction f sur un intervalle $[a ; b]$ est donnée par :

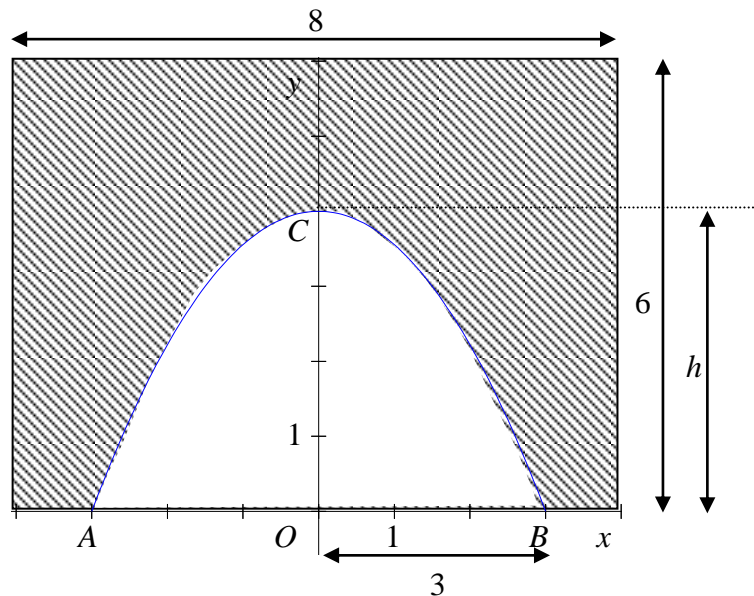
$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 8]$. Le résultat sera arrondi au dixième.

(D'après sujet de Bac Pro Énergétique Session juin 2007)

Exercice 8

Une autoroute doit couper une voie ferrée. Une entreprise est chargée de construire un pont par-dessus la voie ferrée pour laisser passer l'autoroute. La longueur totale du pont est de 8 m ; sa hauteur de 6 m (voir figure : pont de face).



L'ouverture est limitée par un arc de parabole de hauteur $h = 4$ m et d'axe de symétrie (Oy). Les points A et B sont tels que $OA = OB = 3$ m. Pour des raisons de sécurité, l'aire de l'ouverture doit être inférieure ou égale au tiers de l'aire totale de la façade.

1) On considère le repère orthonormal d'axes (Ox) et (Oy) où 1 cm représente 1 m. Une équation de la parabole dans ce repère est de la forme : $y = ax^2 + c$. Déterminer c , puis a .

2) Calculer l'intégrale I définie par $I = \int_0^3 \left[\frac{-4}{9}x^2 + 4 \right] dx$.

Donner une interprétation géométrique de cette intégrale.

3) Vérifier que cette ouverture correspond aux normes du cahier des charges.

(D'après sujet de Bac Pro Travaux Publics Session 1993)