BAC PRO juin 2002 MATHEMATIQUES SCIENCES (2h00)
Equipements et Installations Electriques

Sciences Physiques

Exercice n°1 : (2 pts)

Un rayon laser permet de découper précisément des matériaux souples.

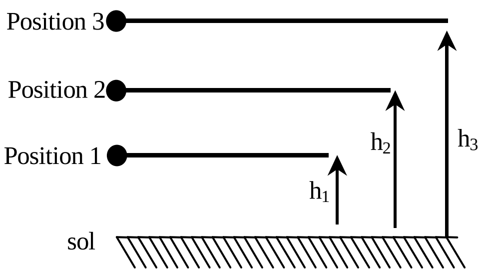
1. Sachant que ce rayon laser a une longueur d'onde $\lambda = 0,650\ \mu m$, indiquer à l'aide du tableau ci- dessous, la couleur de celui-ci.

COULEUR	Longueur d'onde λ exprimée en nm
Violet	425
Indigo	460
Bleu	490
Vert	530
Jaune	580
Orange	600
Rouge	650

2. Calculer la fréquence f de ce rayonnement laser.
   Donnée : célérité de la lumière dans le vide $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Exercice n°2 : (3 pts)

Une bille est lancée verticalement vers le haut. Sa masse est m = 0,020 kg. Trois positions successives de la bille sont indiquées par le schéma suivant :



$h_3 = ...$	$v_3 = 0$ m/s	$Ep_3 = ...$	$Ek_3 = 0$ J	Em = …
$h_2 = ...$	$v_2 = ...$	$Ep_2 = ...$	$Ek_2 = ...$	Em = …
$h_1 = 3$ m	$v_1 = 12$ m/s	$Ep_1 = ...$	$Ek_1 = ...$	Em = …

On suppose que la bille est animée d'un mouvement de translation et que l'énergie potentielle Ep est nulle au niveau du sol.
Dans tout le problème on utilisera le principe de la conservation de l'énergie mécanique.

Em = Ep + Ek = constante. On rappelle que Ep = m g h et $Ek = \frac{1}{2} m v^2$

Les résultats seront exprimés au 1/100 ; on prendra $g = 10$ m/s^2.

1. Position 1 :

Calculer les énergies potentielle Ep_1, cinétique Ek_1 et vérifier que l'énergie mécanique totale vaut : Em = 2,04 J.

2. **Position 2 :**

   2.1. Déterminer h_2 pour que $Ep_2 = Ek_2 = \frac{Em}{2}$.

   2.2. Calculer v_2 dans ces conditions.

3. **Position 3 :**

La bille est à son point le plus haut. Sa vitesse v_3 est nulle.

   3.1. Déduire directement de la valeur h_2 trouvée en 2.1., celle de h_3.
   3.2. Vérifier la valeur de h_3 en utilisant le fait que Ek_3 est nulle.

Mathématiques

Exercice n°1 : (6 pts)

Une ville est alimentée en énergie électrique par une ligne haute tension dont l'ensemble des câbles de connexion possède une résistance électrique R = 26,4 Ω.
La puissance électrique disponible à l'arrivée est P_{ED} = 50,8 MW.
On désigne par U (en kV) la tension de départ et I (en kA) l'intensité passant dans la ligne. La puissance perdue par effet Joule (en MW) est notée P_J .On se propose d'exprimer cette puissance P_J en fonction de U et de déterminer pour quelles valeurs de U la puissance perdue est inférieure à 3 MW.

I.

1. En utilisant la relation $P_{ED} = U\,I\sqrt{3}$, exprimer I en fonction de P_{ED} et U.
2. A partir de la relation $P_J = R\,I^2$, exprimer P_J en fonction de R, P_{ED} et U.
3. Exprimer P_J sous la forme $\frac{k}{U^2}$. Donner la valeur arrondie à l'unité du nombre k en utilisant les valeurs numériques de R et P_{ED}.

II.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [20 ; 200] par $f(x) = \frac{22710}{x^2}$.

On note f ' la fonction dérivée de f. On admet que $f'(x) = -\frac{22710}{x^3}$.

1. Quel est le signe de x^3 sur l'intervalle [20 ; 200] ?
2. En déduire le signe de f '(x) sur cet intervalle.
3. Donner le sens de variation de f sur cet intervalle.
4. Compléter le tableau de valeurs de f (x) sur l'**ANNEXE 1**. Arrondir à 10^{-1}.
5. Tracer la courbe représentative de cette fonction dans le plan rapporté au repère orthogonal de l'**ANNEXE 1**.
6. Résoudre graphiquement l'équation f(x) = 3. Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

III.

Déduire de l'étude précédente pour quelles tensions la puissance perdue est inférieure à 3 MW.

Exercice n°2 : (5 pts)

Dans l'**ANNEXE 2**, le plan est muni d'un repère orthonormal direct d'unité graphique 0,02 cm.

On note j le nombre complexe de module 1 et dont un argument est $\frac{\pi}{2}$.

Soient les deux nombres complexes Z_1 et Z_2 tels que :

$Z_1 = 250$

Z_2 a pour module 250 et l'un de ses arguments est égal à $\frac{2\pi}{3}$.

I.

1. Placer sur l'**ANNEXE 2** les points M_1 et M_2 d'affixes respectives Z_1 et Z_2.
2. Placer le point M_3 dont l'affixe Z_3 est égale à $-Z_1$.
3. Construire à partir des points M_2 et M_3 le point S dont l'affixe Z est égale à $Z_2 + Z_3$.
4. Par lecture graphique, proposer une valeur pour chacune des coordonnées du point S.

II.

Le nombre complexe Z_2 est égal à $250\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + j\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$.

On rappelle : $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ et $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. Vérifier que $Z_2 = -125 + j\,125\sqrt{3}$.
2. Déterminer l'écriture algébrique exacte du nombre complexe $Z = Z_2 + Z_3$.

Exercice n°3 : (4 pts)

Une entreprise fabrique deux types de boîtiers de commande à distance pour portails électriques. Les coûts de la matière première et de la main d' œuvre pour chaque type de boîtier sont mentionnés dans le tableau suivant :

	Boîtier de type A	Boîtier de type B
Coût de la matière première	30 €	60 €
Coût de la main-d'œuvre	100 €	75 €

On note x le nombre de boîtiers A et y le nombre de boîtiers B fabriqués en une journée.

1. Ecrire une relation traduisant la contrainte : « La dépense journalière en matière première ne doit pas dépasser 540 € » .
2. Montrer que cette relation peut s'écrire : $x + 2y < 18$.
3. Montrer que l'équation $x + 2y = 18$ peut s'écrire $y = -0,5x + 9$.
4. Dans l'**ANNEXE 3** où le plan est muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 0,5 cm, tracer la droite d'équation: $y = -0,5x + 9$.
5. Résoudre graphiquement l'inéquation $y < -0,5x + 9$: hachurer la partie du plan qui n'est pas solution de l'inéquation.
6. La contrainte « La dépense journalière en main-d'œuvre ne doit pas dépasser 1275 € » revient à résoudre l'inéquation : $y < -\frac{4}{3}x + 17$ .Hachurer d'une couleur différente la partie du plan qui n'est pas solution de cette inéquation. On s'aidera de la droite (AB), déjà tracée dans l'**ANNEXE 3**, qui a pour équation : $y = -\frac{4}{3}x + 17$.

7. Les deux contraintes se ramènent au système :

$$\begin{cases} y < -0{,}5\,x + 9 \\ y < -\dfrac{4}{3}\,x + 17 \end{cases}$$

En exploitant le graphique de l'**ANNEXE 3**, répondre aux questions suivantes :
L'entreprise peut-elle fabriquer, en une journée :

a) 9 boîtiers de type A et 4 boîtiers de type B ?
b) 7 boîtiers de type A et 6 boîtiers de type B ?

Justifier dans chaque cas la réponse en plaçant le point correspondant sur l'**ANNEXE 3**.

ANNEXE I

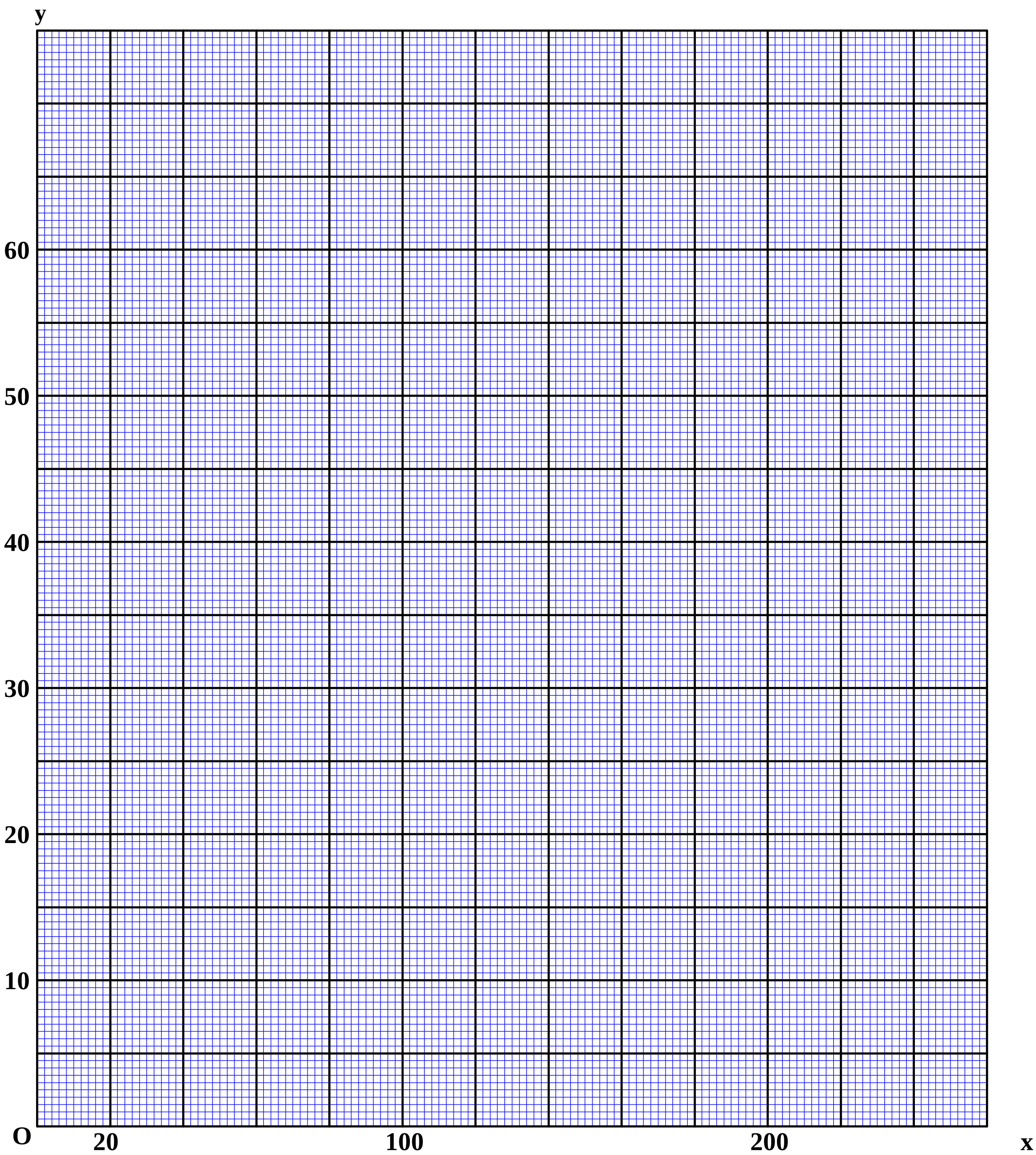
Exercice n°1 :

II.

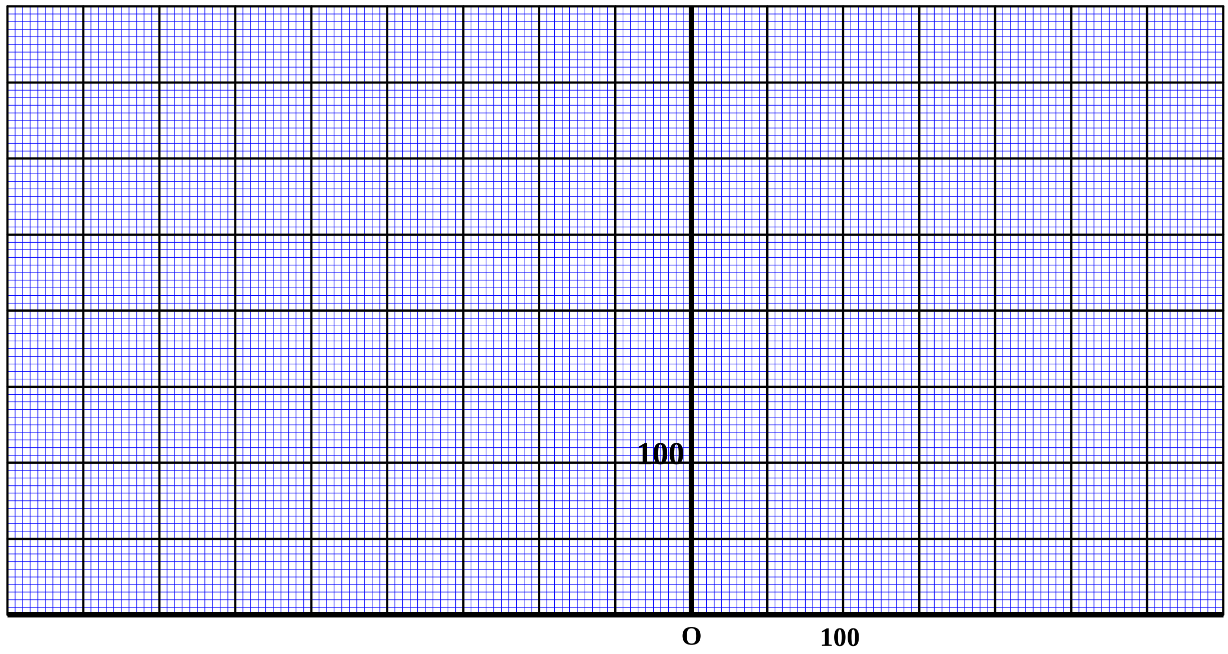
4. Tableau de valeurs de f(x)

x	20	50	80	120	200
f(x)		9,1		1,6	

5.



ANNEXE 2



ANNEXE 3