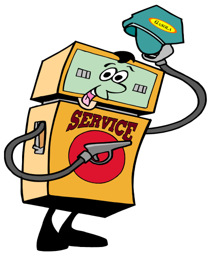
PROPORTIONNALITÉ

I) Proportionnalité



La pompe à essence d'une station service renvoie la valeur en euros de la quantité de carburant achetée. Si on considère le prix du litre de carburant à 1,2 € on a le tableau suivant :

$\times 2$

$\times k$					
Volume de carburant en L	1	2	3	5	11
Prix à payer en €	1,2	2,4	3,6		

$\times 3$

On constate que si le volume de carburant est doublé, le prix sera tout autant doublé.
Si le volume de carburant est triplé, le prix sera tout autant triplé …

On peut aussi trouver un opérateur (k) permettant de déduire la série de nombre de la deuxième rangée à partir des nombres de la première rangée.

$$\frac{1,2}{1} = \frac{2,4}{2} = \frac{3,6}{3} = ... = \text{k}$$

Définition

Les nombres y_1, y_2, y_3, … sont **proportionnels** aux nombres x_1, x_2, x_3, … si :

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = ... = k\,.$$

Le nombre k est appelé le **coefficient de proportionnalité**.

Remarque

Pour compléter le tableau ci-dessus, on peut utiliser différentes méthodes :

♦ On peut remarquer que 5 est égal à la somme de 2 et 3. Le prix à payer pour 5 L de carburant correspondra à la somme des prix à payer pour 2 L et 3 L.

2,4 + 3,6 = 6 soit 6 €.

♦ On peut utiliser la méthode dite du « **produit en croix** » :

3	5
3,6	x

$3 \times x = 3,6 \times 5$ soit $x = \dfrac{3,6 \times 5}{3}$ d'où $x = 6$

II) Situations de proportionnalité

1) Échelles

Sur une carte, un plan, un croquis ou une maquette, on trouve souvent une indication présentée sous la forme d'un rapport : l'**échelle**.
Une échelle 1/20 000 veut dire que 1 cm sur la carte correspond à 20 000 cm dans la réalité.

$$\boxed{\text{Échelle} = \frac{\text{dimension sur la carte}}{\text{dimension réelle sur le terrain}}}$$

L'échelle correspond à un coefficient de proportionnalité : les distances sur une carte sont proportionnelles aux distances sur le terrain.

2) Indice simple

Un **indice simple** permet de comparer l'évolution, dans le temps, des valeurs d'une même grandeur. Le calcul de l'indice d'une grandeur à une époque donnée E_1, en prenant E_0 pour époque de référence, est donnée par la formule :

$$\boxed{I_{(E_1/E_0)} = \frac{V_1}{V_0} \times 100}$$

avec : V_0 : valeur de la grandeur à l'époque de référence E_0
V_1 : valeur de la grandeur à l'époque de référence E_1.

3) Pourcentages et taux d'évolution

a) Pourcentage

Calculer x % d'une grandeur c'est multiplier cette grandeur par $\frac{x}{100}$

b) Taux d'évolution

Pour calculer un pourcentage d'évolution on utilise la relation suivante :

$$\boxed{\text{pourcentage d'évolution} = \frac{\text{nouvelle valeur - ancienne valeur}}{\text{ancienne valeur}} \times 100}$$

Remarques

- Le pourcentage d'évolution est toujours défini par rapport à l'ancienne valeur. Il faut toujours diviser par l'ancienne valeur !
- Si le pourcentage d'évolution est positif, il s'agit d'une hausse.
- Si le pourcentage d'évolution est négatif, la nouvelle valeur est inférieure à l'ancienne. Il s'agit d'une baisse.

c) Appliquer un taux d'évolution

$$\boxed{\text{Appliquer une baisse de } x \text{ % c'est multiplier par } \left(1 - \frac{x}{100}\right)}$$

$$\boxed{\text{Appliquer une hausse de } x \text{ % c'est multiplier par } \left(1 + \frac{x}{100}\right)}$$