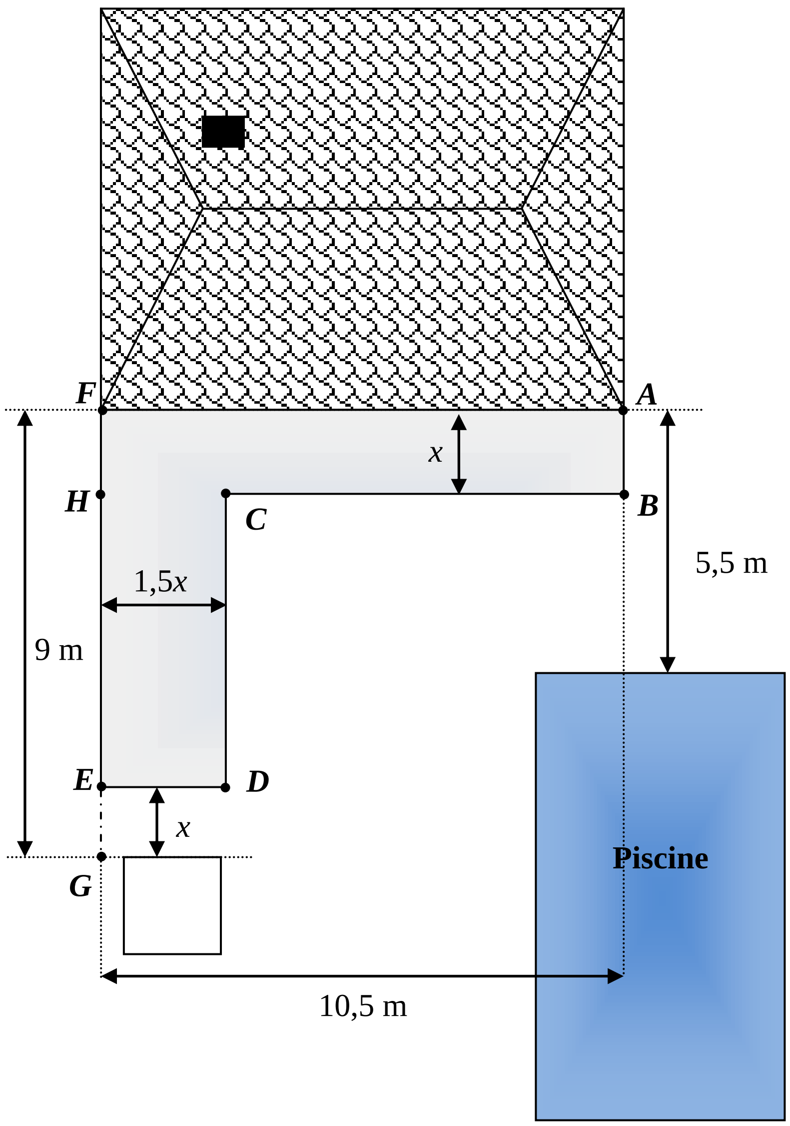
LES FONCTIONS DU SECOND DEGRÉ

Capacités	**Questions**	A	EC	NA
Utiliser les TIC pour compléter un tableau de valeurs, représenter graphiquement, estimer le maximum ou le minimum d'une fonction polynôme du second degré et conjecturer son sens de variation sur un intervalle.	**B3 ; B4**			
Résoudre algébriquement et graphiquement, avec ou sans TIC, une équation du second degré à une inconnue à coefficients numériques fixes.	**C1 ; C2**			

Connaissances	**Questions**	A	EC	NA
Expression algébrique, nature et allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \to ax^2 + bx + c$ (a réel non nul, b et c réels) en fonction du signe de a.	**B1 ; B2**			
Résolution d'une équation du second degré à une inconnue à coefficients numériques fixes.	**C1 ; C2**			

Des particuliers souhaitent réaliser sur leur propriété une véranda *ABCDEF* suivant le croquis :

Vue de dessus d'une partie de la propriété
(Maison + véranda + piscine)



Afin que l'ensemble reste harmonieux et que la véranda réponde à leurs besoins, ils exigent du constructeur que les largeurs des deux « ailes » de cette véranda aient les proportions suivantes : $AB = x$ *et* $ED = 1{,}5x$. (Toutes les cotes de ce croquis sont exprimées en mètre)

Le constructeur devra aussi préserver un accès : $EG = x$. Le budget des clients est limité.

Problématique :

Il s'agit de donner à x une valeur afin que l'aire de la surface au sol de la véranda soit la plus grande possible tout en respectant les exigences des clients ainsi que leur budget.

Autres données : $AF = 10{,}5$ m ; $FG = 9$ m ; La distance qui sépare A de la piscine est 5,5 m.

PARTIE A

1) Étude d'un cas particulier

Dans cette question, on prend $x = 2{,}5$ m.
Calculer l'aire des rectangles *ABHF* et *CDEH*. En **déduire** l'aire totale a de la surface au sol de la véranda.

2) Cas général

a) **Exprimer**, en fonction de x, l'aire a_1 du rectangle *ABHF* et l'aire a_2 du rectangle *CDEH*.

b) En **déduire**, en fonction de x, l'expression de l'aire totale a de la surface *ABCDEF*.

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 5,5] par : $f(x) = -3x^2 + 24x$.
Avec les notations de la **PARTIE A**, on a : $a = f(x)$.

1) **Calculer** l'abscisse du sommet de la courbe représentative de la fonction f.

2) **Compléter** le tableau de variation ci-dessous :

x	1 … 5,5
Variation de f	

3) **Compléter** ci-dessous le tableau de valeurs de la fonction f.

x	1	2	2,5	3,5	4	4,5	5,5
$f(x)$		36		47,25			

4) **Tracer** la représentation graphique de la fonction f à l'aide de la calculatrice.

APPEL n°1 : Appeler le professeur pour lui montrer votre représentation graphique.

5) a) **Préciser** pour quelle valeur de x, l'aire a est maximale puis **donner** la valeur de cette aire maximale.

b) **Donner**, dans ce cas, les largeurs AB et ED des deux « ailes ».

c) En **déduire** la distance qui sépare le côté $[CB]$ de la véranda et la piscine.

PARTIE C

Contraintes :

• Le constructeur a présenté son devis. Leur budget étant limité, les clients souhaitent que l'aire de leur future véranda soit limitée à 45 m^2.

• Pour des raisons de sécurité, la distance de la véranda à la piscine doit être au minimum de 2m.

1) **Résoudre** graphiquement l'équation $f(x) = 45$ en utilisant le mode « Trace » de la calculatrice.

APPEL n°2 : Appeler le professeur pour lui montrer votre résolution graphique.

2) Afin de vérifier par le calcul les résultats obtenus dans la question précédente, **résoudre** l'équation : $-3x^2 + 24x = 45$.

3) En **déduire** la valeur de x respectant les deux contraintes. **Justifier** la réponse. Quelle est alors la distance séparant le côté $[CB]$ de la véranda et la piscine ?

(*D'après sujet de Bac Pro Ouvrages du Bâtiment Session juin 2009*)