



<http://maths-sciences.fr>

# GÉOMÉTRIE



**Figure de Fibonacci**



<http://maths-sciences.fr>

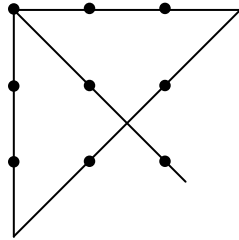
### Le trou manquant

On peut démontrer à l'aide du théorème de Pythagore ou des lois trigonométriques que le grand triangle formé par les six figures n'est pas un triangle.

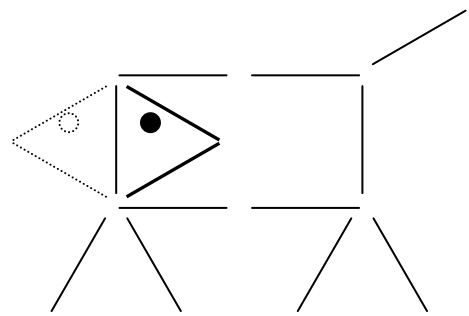
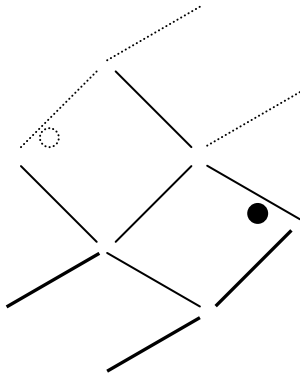
### Le paradoxe du carré

Le carré formé à droite a des dimensions plus grandes que celui de gauche.

### Les 9 points

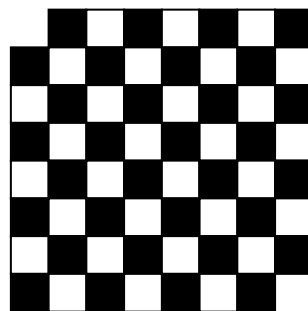


### Un poisson, un chien et des allumettes.



### Le tableau de 62 cases.

Il suffit de raisonner comme sur un échiquier.



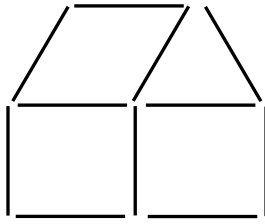
Un domino ne pouvant recouvrir que deux cases contiguës, il recouvre dans tous les cas une case noire et une case blanche. Or il est impossible de recouvrir de cette façon un échiquier pour lequel il manque deux cases blanches.

### Le triangle

Ce triangle est impossible car  $BC = BA + AC$ .



## La maison en allumettes



### Les 6 allumettes

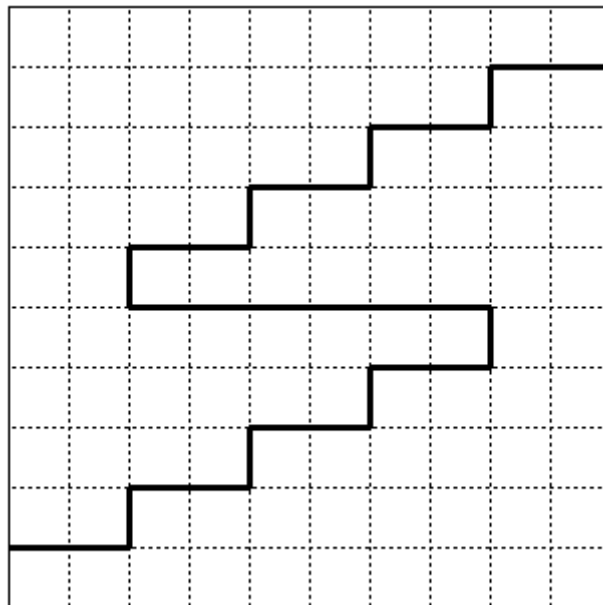
On construit un tétraèdre.

### Le cercle et son centre

Par un pliage d'un coin de la feuille.

### Découpage du linoléum

La figure suivante représente le carré de linoléum; en pointillés, un quadrillage de repérage, composé de cases carrées d'un mètre de côté. Le découpage suggéré par Pacôme est représenté par le trait épais. Une fois ce découpage effectué, on fait glisser la partie droite de deux mètres vers la droite puis d'un mètre vers le haut, et on obtient bien un rectangle de 9 mètres sur 12 avec un espace vide au milieu d'un mètre sur huit.



### Le paradoxe des lignes

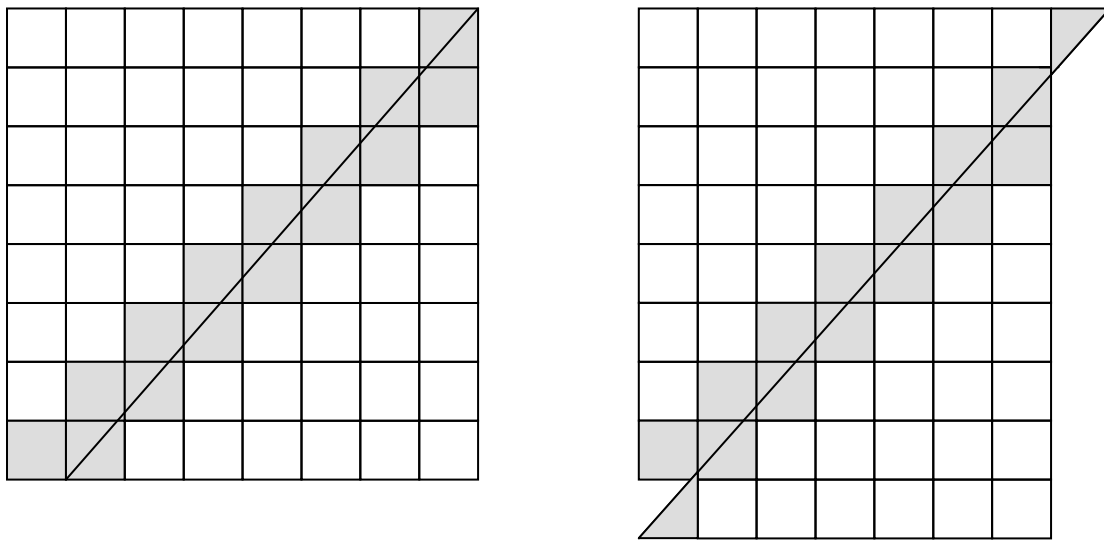
A première vue, ces questions sont plutôt déconcertantes. Mais il suffit d'une analyse superficielle pour se rendre compte que ce n'est pas une ligne particulière qui disparaît. Ce qui se passe, c'est que huit des dix lignes sont divisées en deux segments, et que ces seize segments sont redistribués pour former neuf lignes, chacune d'elles étant un tantinet plus longue que précédemment. Parce que l'augmentation de longueur de chaque ligne est très minime, cette augmentation n'est pas immédiatement perceptible. En fait, la somme de toutes ces petites augmentations est exactement égale à la longueur de l'une des lignes originelles.



### Le paradoxe de l'échiquier

La réponse réside dans le fait que la diagonale passe légèrement en dessous du coin inférieur gauche du carré situé dans le coin supérieur droit de l'échiquier, ce qui donne au triangle qui a été enlevé, une hauteur de  $1 + 1/7$  au lieu de 1, et au triangle entier une hauteur de  $9 + 1/7$ . L'addition d' $1/7$  d'unité à la hauteur du triangle n'est pas perceptible, mais lorsqu'on en tient compte, l'aire du triangle est bien de 64 unités carrées comme l'on pouvait s'y attendre. Le paradoxe est encore plus déconcertant pour le non-initié si les petits carrés ne sont pas matérialisés dans la figure. Lorsqu'on les matérialise, une inspection détaillée révèle qu'ils ne s'ajustent pas parfaitement le long de la diagonale.

Le rapport entre ce paradoxe et le paradoxe des lignes apparaîtra clairement si nous examinons les petits carrés coupés le long de la diagonale.



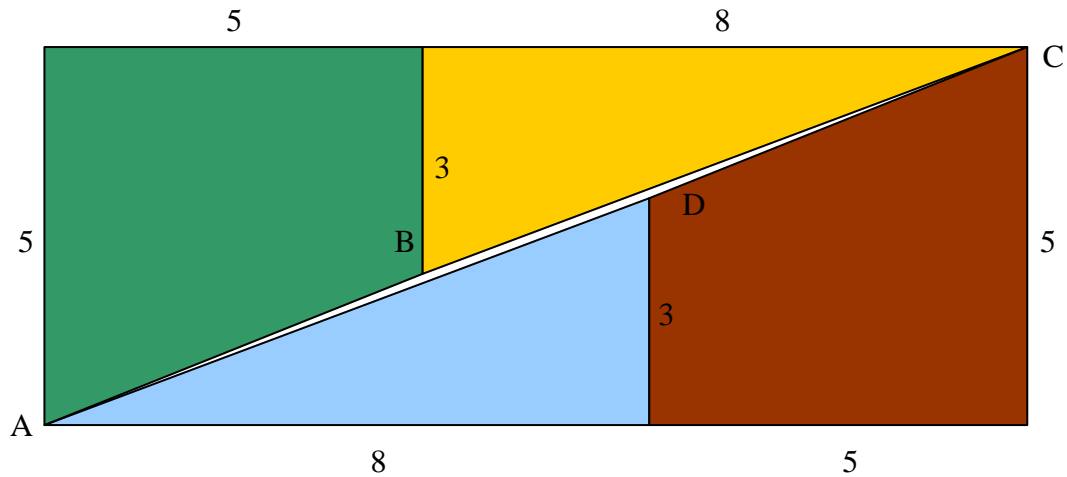
Au fur et à mesure que nous progressons le long de celle-ci, nous nous apercevons que les portions des carrés coupés (en gris dans l'illustration) deviennent de plus en plus petites au-dessus de la diagonale, et de plus en plus grandes en dessous de celle-ci. Il y a quinze de ces carrés grisés sur l'échiquier, mais il en reste quatorze une fois le rectangle formé. L'apparente disparition d'un carré grisé est tout simplement une autre forme du paradoxe des lignes. Lorsque nous coupons le minuscule triangle pour le mettre ailleurs, nous découpons en fait la partie du haut de l'échiquier en deux morceaux dont on permute ensuite les positions le long de la diagonale. Le tour de passe-passe est entièrement confiné aux petits carrés qui se trouvent le long de la diagonale. Les autres carrés n'interviennent nullement dans le paradoxe. Ils ne jouent qu'un rôle de remplissage. Mais en les rajoutant nous changeons le caractère du paradoxe. Au lieu de faire disparaître un petit carré dans une série de petits carrés dessinés sur du papier, nous obtenons apparemment une modification de l'aire d'une figure plus grande.



<http://maths-sciences.fr>

### Le puzzle paradoxal

Il y a un truc ! Contrairement à ce que peut laisser croire le dessin, il y a un « jour » d'une unité d'aire entre les pièces. Le trompe-l'œil réside dans le fait que les droites (AB) et (AD) ne sont pas confondues avec (AC). Les trois droites ont pour pentes respectives :  $0,4$  ( $2/5$ ) ;  $0,375$  ( $3/8$ ) et  $0,384$  ( $5/13$ ). L'auteur de ce paradoxe est Charles Dogson.



Charles Dogson (1832 – 1898) est un personnage singulier qui usait de son pseudonyme pour ses récréations. Le père d'*Alice aux pays des merveilles* le choisit en anglicisant son nom latinisé, Carolus Lodovicus (Lewis Carrol). Ses travaux n'étaient pas révolutionnaires en soi, mais ses amusements ont inspiré tous les mathématiciens du siècle suivant.