



# FONCTIONS EXPONENTIELLES

## 1) La fonction exponentielle

### 1) Définition

On appelle fonction exponentielle, la fonction qui à  $x$  fait correspondre  $e^x$  :  $\exp : x \mapsto e^x$  avec  $\ln e = 1$ , la valeur approchée de  $e$  étant 2.71.

Si  $e^x = y$ , alors  $x = \ln y$ , pour tout  $x$  et tout  $y > 0$

### 2) Dérivée

Si  $f(x) = e^x$  alors  $f'(x) = e^x$ .

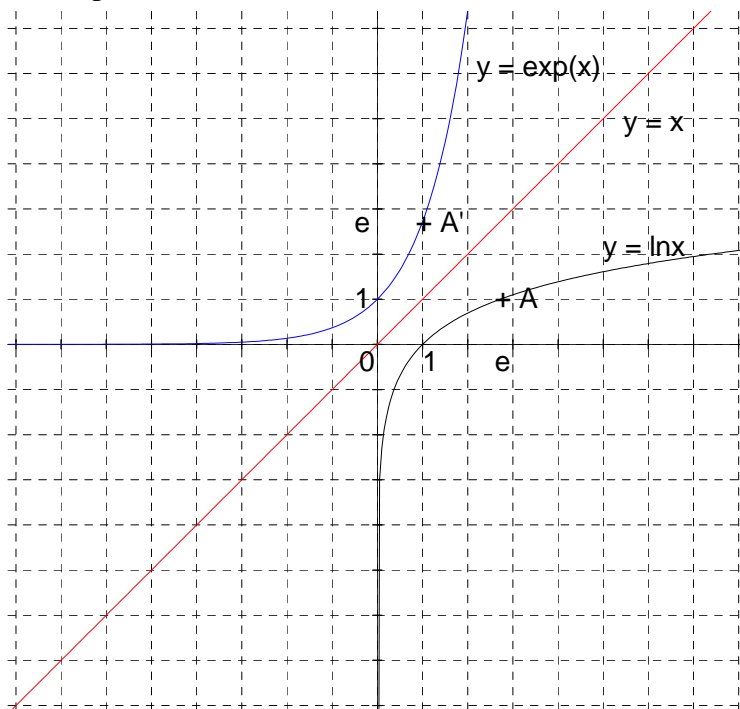
Si  $f(x) = e^{ax+b}$ , alors  $f'(x) = a \times e^{ax+b}$ .

### 3) Représentation graphique

On peut dresser le tableau de variation de la fonction  $f : x \mapsto e^x$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $(e^x)' = e^x$	+	
Sens de variation de la fonction $f : x \mapsto e^x$		

La représentation graphique de la fonction exponentielle peut se déduire de la représentation graphique de la fonction logarithme népérien par réflexion par rapport à la droite d'équation  $y=x$  dans un repère orthonormal.



Les points  $A(e ; 1)$  et  $A'(1 ; e)$  sont symétriques par rapport à la droite d'équation  $y = x$



### 4) Propriétés

✓  $e^{x+y} = e^x \times e^y$  ;  $\exp(x+y) = \exp(x) \times \exp(y)$

✓  $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$  ;  $\exp(x-y) = \frac{\exp(x)}{\exp(y)}$

✓  $(e^x)^y = e^{x \times y}$

## II) Fonction $x \mapsto a^x$

### 1) Définition

La fonction qui à tout réel  $x$  associe  $a^x$ ,  $a \neq 1$ , est appelée fonction exponentielle à base  $a$  :

$$\exp_a(x) = a^x .$$

Remarque :  $\exp(x) = e^x$  est la fonction exponentielle à base  $e$ .

$\exp_{10}(x) = 10^x$  est la fonction exponentielle à base 10.

### 2) Propriétés

$a$  est un réel positif : ✓  $a^x = e^{x \ln a}$

✓  $a^x \times a^y = a^{x+y}$

✓  $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

✓  $(a^x)^y = a^{x \times y}$

### 3) Représentation graphique

$$a > 1$$

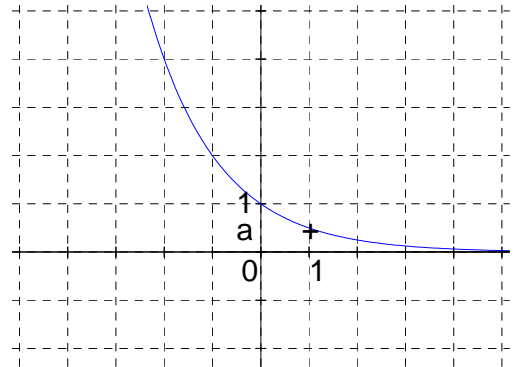
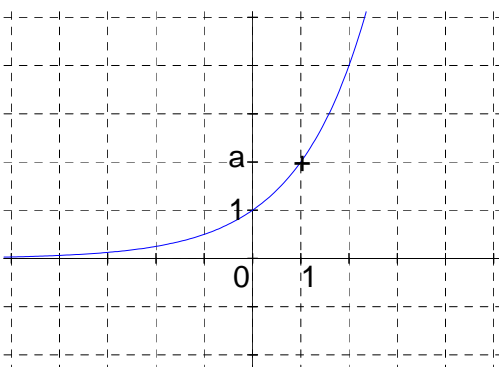
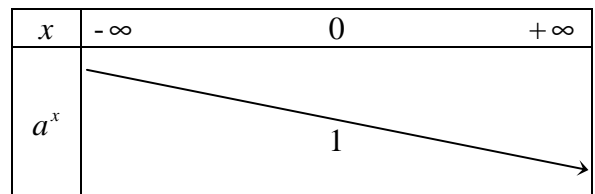
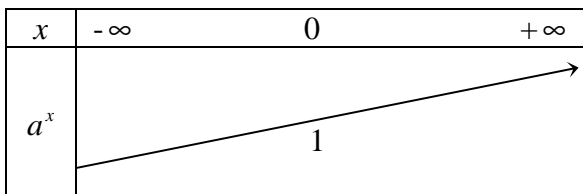
Pour tout  $x$  réel,  $a^x > 0$  ;  $a^0 = 1$

La fonction  $x \mapsto a^x$  est croissante.  
décroissante.

$$0 < a < 1$$

Pour tout  $x$  réel,  $a^x > 0$  ;  $a^0 = 1$

La fonction  $x \mapsto a^x$  est





### III) Etude de la fonction $f : x \mapsto 10^x$

#### 1) Définition

Il existe une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  dont les images sont dans  $]0 ; +\infty[$  appelée fonction exponentielle de base 10 et notée  $x \mapsto 10^x$  telle que pour tout réel  $x : \log(10^x) = x$  et pour tout réel positif  $x : 10^{\log x} = x$

#### 2) Propriétés

Pour tout réel  $a$  et pour tout réel  $b : 10^a \times 10^b = 10^{a+b} ; (10^a)^b = 10^{a \times b} ; \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$

