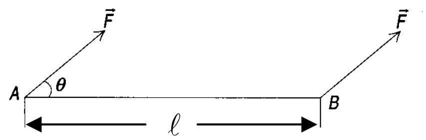
ÉNERGIE MÉCANIQUE

I) Travail d'une force constante $\vec{F}$

Lorsque le point d'application de $\vec{F}$ se déplace d'une distance ℓ, le travail effectué par cette force est égal au produit scalaire de la force par la distance :

$$W_{(\vec{F})} = \vec{F} \cdot \vec{\ell} \qquad\qquad W_{(\vec{F})} = \left\|\vec{F}\right\| \times \ell \times \cos\theta$$

scalaire



F en newtons (N) ; ℓ en mètres (m).
L'unité du travail est le joule, symbole J.

Pour $W > 0$, le travail est **moteur ;** pour $W < 0$, le travail est **résistant.**

Remarque : pour $\theta = 90°$, cos $\theta = 0$ donc le travail de la force est nul. C'est le cas lors de l'étude du mobile pour le travail du poids et de la réaction de la table : $W_{\vec{P}} = 0$; $W_{\vec{R}} = 0$

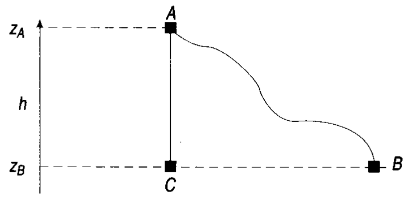
II) Travail de la pesanteur

Le travail de la pesanteur est indépendant du chemin suivi. Il est donné par la relation :

$$W_{(\vec{P})} = m \times g \times h$$

↙ ↙ ↓ ↘

J kg 9,81 m/s² m



Lois du mouvement uniformément accéléré sans vitesse initiale :

$$v = g \times t$$

$$h = \frac{1}{2} g \times t^2$$

III) Energie cinétique de translation

À partir de la relation $v^2 = 2g \times h$, en multipliant par $\frac{1}{2}m$, on obtient : $\frac{1}{2}m \times v^2 = m \times g \times h$; c'est le travail du poids $\vec{P}$.

À l'issue d'une chute de hauteur h, le travail du poids a été intégralement converti en énergie cinétique, on écrit : $E_c = W_{(\vec{P})}$.

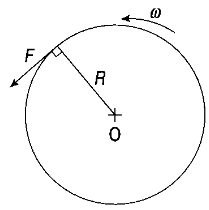
Energie cinétique : $E_c = \frac{1}{2} m \times v^2$ E_c = en J, m en kg, v en m/s.

IV) Théorème de l'énergie cinétique de translation

La variation d'énergie cinétique d'un solide en translation entre deux dates est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures appliquées au système entre ces deux dates.

$$E_{c(B)} - E_{c(A)} = \sum W_{(Forces)} = \sum \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$

V) Travail d'une force dans un mouvement circulaire uniforme



La distance parcourue pour 1 tour est $2\pi R$.

Travail de la force $\vec{F}$ pour 1 tour : $W_{(\vec{F})} = F \times 2\pi R$

Travail de la force $\vec{F}$ pour N tours : $W_{(\vec{F})} = F \times 2\pi R \times N = (F \times R) \times (2\pi N)$.

$(F \times R)$ est le moment de la force $\vec{F}$ par rapport à l'axe 0.

$(2\pi N)$ est l'angle de rotation en radians.

Si la force est motrice, le moment est positif ; si la force est résistante, le moment est négatif.

Le travail d'une force (ou d'un couple) de moment constant appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe est donné par la relation :

$$W = M \times \theta$$

↙ ↓ ↘

J N.m rad

M = moment de la force ou du couple

VI) Energie cinétique de rotation

Pour un solide en rotation uniforme autour d'un axe fixe, l'énergie cinétique s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} m \times v^2 = \frac{1}{2} m \times (\omega \times R)^2 = \frac{1}{2} \times (mR^2) \times \omega^2$$

v vitesse linéaire ; ω vitesse angulaire $= \dfrac{v}{R}$; R rayon du solide.

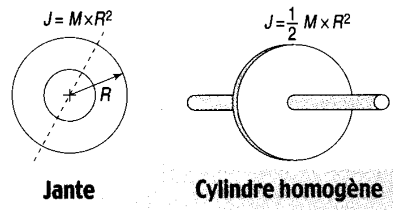
On appelle le produit mR^2 le moment d'inertie du solide et on le désigne par J.

L'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est :

$$E_c = \frac{1}{2} J \times \omega^2$$

↙ ↓ ↘

J kg.m^2 rad/s



ω est la vitesse angulaire en rad/s $\omega = 2\pi \times n$ (n : fréquence de rotation en tr/s)

J est le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation.

VII) Théorème de l'énergie cinétique de rotation

La variation d'énergie cinétique d'un solide en rotation entre deux dates est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures et couples appliquées au système entre ces deux dates.

$$E_{c(B)} - E_{c(A)} = \sum W_{(Forces)} + \sum W_{(couples)}$$

VIII) Énergie potentielle de pesanteur

Par définition l'énergie potentielle de pesanteur est donnée par la relation : $Ep = m \times g \times z$.
Ep en Joules J ; m masse en kg ; g accélération de la pesanteur (9,81 m/s² à Paris).
L'énergie potentielle de pesanteur se définit par rapport à une position de référence prise pour origine des altitudes.

IX) Énergie mécanique d'un système isolé

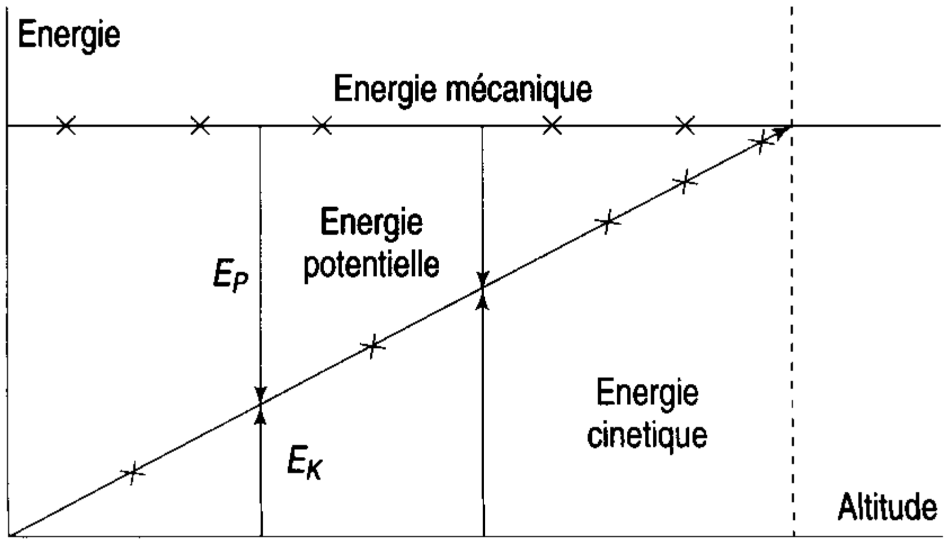
Un système est **isolé** s'il n'y a aucun échange d'énergie entre le système et le milieu extérieur. On considère qu'il n'existe pas de frottements et aucun transfert de chaleur entre le système et le milieu extérieur.

L'énergie mécanique d'un système est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle. Pour un solide en translation, de vitesse v, de masse m et d'altitude z on a :

$$E_{méca} = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \times v^2 + m \times g \times z$$

L'énergie mécanique du système $\{Terre\ ; solide\}$ se conserve. Le système est dit **conservatif**.

Évolution des graphes de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle d'une bille en chute libre : A chaque instant, l'énergie est constante.



X) Puissance dans un mouvement de translation uniforme

Le travail $W_{(\vec{F})}$ lors d'un déplacement de A en B d'une force constante $\vec{F}$ est $W_{(\vec{F})} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Si l'on suppose que la vitesse est constante lors du déplacement $v = \dfrac{AB}{t}$, soit :

$W_{(\vec{F})} = \vec{F} \cdot (\vec{v} \times t)$ ou $W_{(\vec{F})} = (\vec{F} \cdot \vec{v}) \times t$

La puissance instantanée de la force $\vec{F}$ est :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

↑

produit scalaire

P en watts (W), F en newtons (N), v en mètres par seconde (m/s).

La puissance moyenne est :

$$P_m = \frac{W}{t}$$

W → joule (J) ; P_m ↙ watt (W) ; t ↘ seconde (s)

Propriété : La puissance moyenne calculée **entre deux points** A et B est égale à la moyenne des puissances calculées en chacun des points.

XI) Puissance dans un mouvement de rotation

L'expression du travail est $W_{(\vec{F})} = M \times \theta$ avec M moment de la force par rapport à l'axe de rotation.

$P_{(\vec{F})} = \dfrac{W_{(\vec{F})}}{t} = M \times \dfrac{\theta}{t}$; $\dfrac{\theta}{t}$ est la vitesse du solide en rotation : ω.

D'où $P_{(\vec{F})} = M \times \omega$ avec $\omega = 2\pi \times n$; n fréquence de rotation en tr/s.

La puissance instantanée d'une force s'exerçant sur un solide en rotation est :

$$P_{(\vec{F})} = M \times \omega = 2\pi \times n \times M$$

↙ ↙ ↓ ↓ ↘

W N.m rad/s tr/s N.m