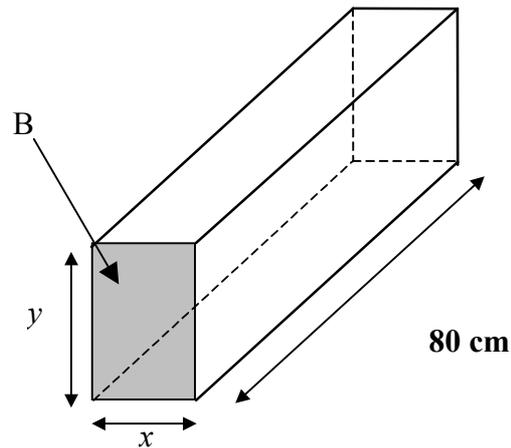




DEVOIR SUR LES FONCTIONS DÉRIVÉES



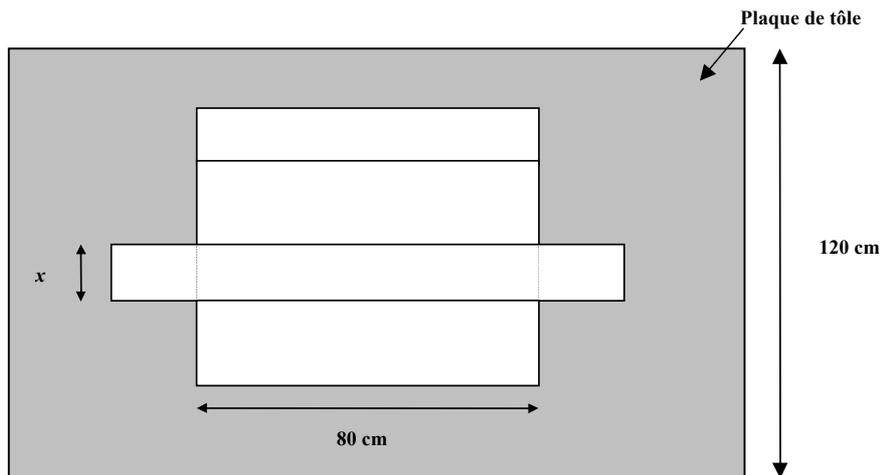
L'objectif est de fabriquer à partir d'une plaque de tôle un réservoir de gasoil ayant la forme d'un parallélépipède rectangle avec un volume maximum.



La base B de ce volume, est grisée sur le dessin ci-dessus.
Les dimensions de ce réservoir sont :

- x : largeur en cm.
- y : hauteur en cm.
- Profondeur : 80 cm.

Le patron de ce parallélépipède a la forme suivante :





L'objectif principal est de connaître la contenance maximum du réservoir. Pour avoir le moins de pertes possibles dans la découpe, il est décidé d'utiliser 1,20 m de largeur de tôle. Pour cela le périmètre de la base B du réservoir doit être égal à 120 cm.

- 1) Déterminer la hauteur y du réservoir en fonction de la largeur x .
- 2) Déterminer le volume V du réservoir en fonction de x .
- 3) Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 60]$ par :

$$f(x) = -80x^2 + 4800x$$

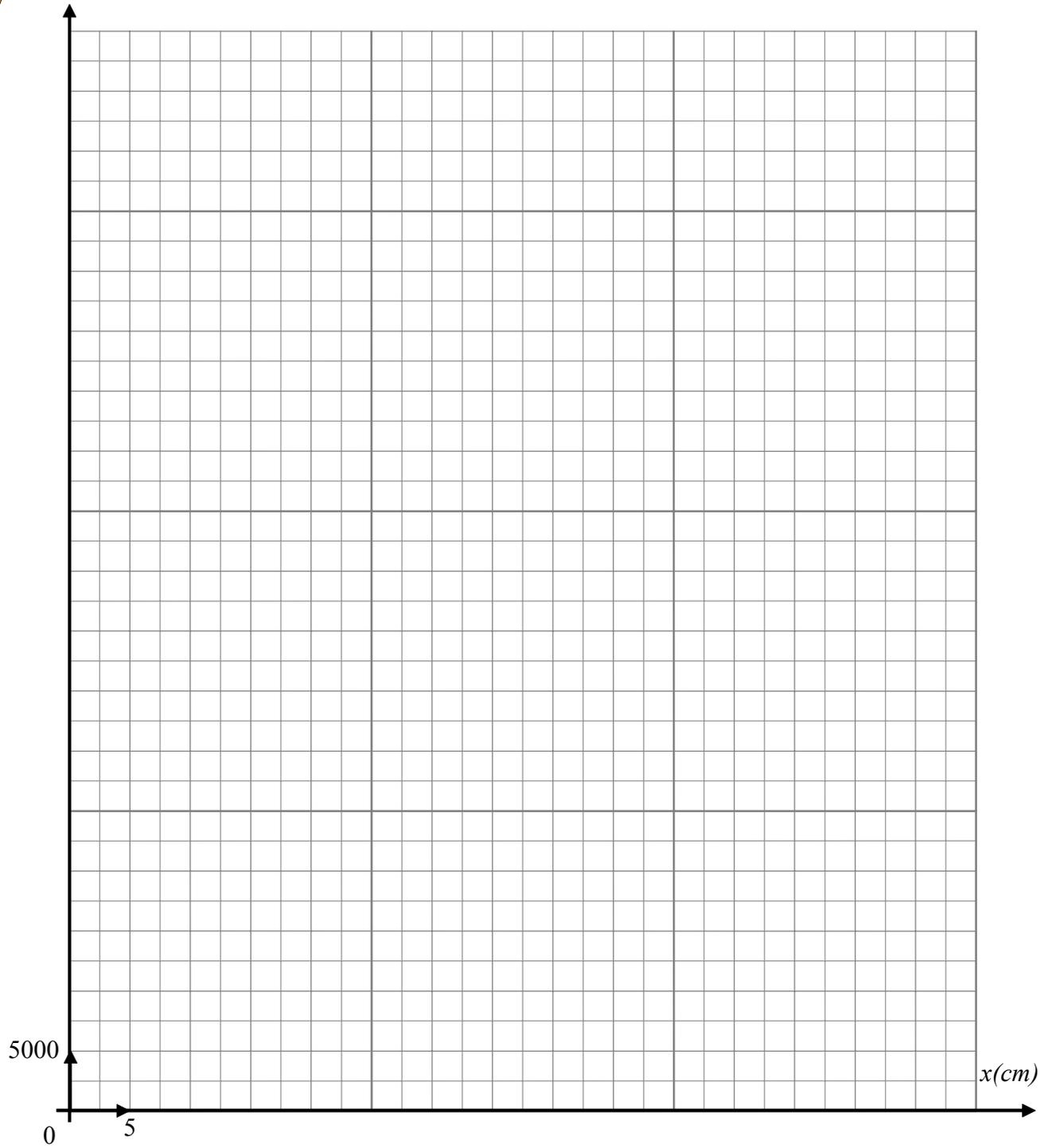
- a) Calculer la dérivée f'
- b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 60]$.
- c) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- d) En déduire la valeur pour laquelle la fonction f admet un maximum.
- e) Calculer ce maximum.
- f) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f .

x	0	10	20	40	50	60
$f(x)$						

- g) Représenter graphiquement la fonction f .
- 4) Quelle est donc la largeur x du réservoir pour avoir un volume maximum ?
- 5) Quel est le volume maximum en cm^3 ?
- 6) En déduire la contenance maximum de ce réservoir en litres.
- 7) Il est maintenant décidé de fabriquer un réservoir pouvant contenir 70 litres de gasoil.
 - a) Etablir une équation permettant de traduire cette contrainte.
 - b) Résoudre l'équation du second degré suivante :

$$80x^2 - 4800x + 70\,000 = 0.$$

- c) Quelles sont les deux largeurs possibles du réservoir pour avoir une capacité de 70 litres ?
- d) En déduire les hauteurs correspondantes.



(D'après sujet de Bac Pro MAVA Session septembre 2004)