



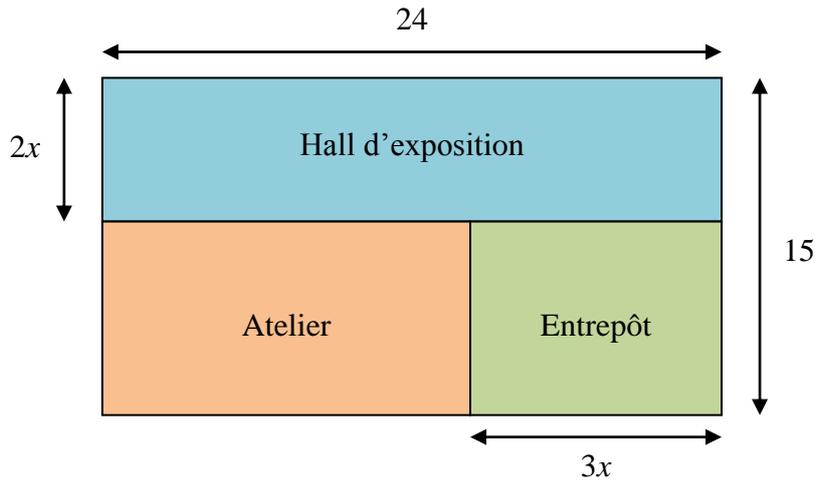
## EXERCICES SUR LES FONCTIONS DU SECOND DEGRÉ

### Exercice 1

Une entreprise doit aménager un bâtiment industriel, constitué de trois parties : un atelier, un hall d'exposition et un entrepôt.

La figure ci-dessous représente ce bâtiment.

Les cotes sont en mètres. La figure n'est pas à l'échelle.



Première partie : L'aire de l'entrepôt

- 1) **Calculer**, en  $m^2$ , l'aire totale du bâtiment.
- 2) **Exprimer** en fonction de  $x$ , l'aire  $A(x)$  de l'entrepôt.
- 3) **Calculer**, en  $m^2$ , l'aire de l'entrepôt pour  $x = 2$ .

Deuxième partie : L'objectif est de déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle l'aire de l'entrepôt est maximale.

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; 7,5]$  par  $f(x) = -6x^2 + 45x$ .

- 1) **Résoudre** l'équation  $f(x) = 0$ .
- 2) **Calculer** l'abscisse du sommet de la parabole.
- 3) **Donner** le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 7,5]$ .
- 4) **Compléter** le tableau de variation de la fonction  $f$ .

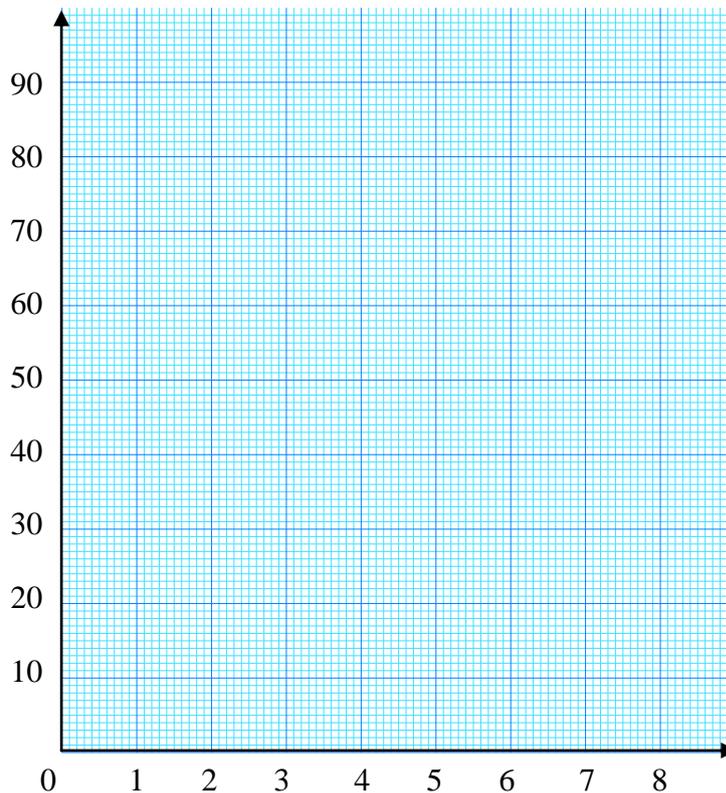
$x$	0	.....	7,5
Variation de $f$			



5) **Compléter** le tableau de valeurs.

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	7,5
$f(x) = -6x^2 + 45x$			66				54	21	

6) **Tracer** la courbe représentant la fonction  $f$  dans le repère suivant ou à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.



7) Pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 7,5]$ , on sait que l'aire  $A(x)$  de l'entrepôt est égale à  $f(x)$ . À l'aide de l'étude faite précédemment, **donner** la valeur de l'aire maximale de l'entrepôt.

8) **Déterminer** les dimensions, longueur et largeur, de l'entrepôt qui correspondent à son aire maximale.

*(D'après sujet de Bac Pro Aménagement Finition Session juin 2009)*

### Exercice 2

Compte tenu de la hausse du prix du pétrole et de l'impact des émissions de dioxyde de carbone et autres polluants sur le réchauffement de la planète, la vente de véhicules hybrides devrait croître fortement à partir de l'année 2014.

On note  $x$  le rang de l'année à partir de 2008, par exemple 2008 est de rang 1, 2009 est de rang 2 ...

Pour la période de 2014 à 2023, la concession table sur une progression de ses ventes annuelles telle que, à partir de l'année 2014, le nombre  $N$  de véhicules est donné par la relation :

$$N(x) = 2x^2 - 6x + 102$$



1) Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[7 ; 16]$  par  $f(t) = 2t^2 - 6t + 102$

a) **Vérifier** que  $f(7) = 158$ .

b) **Compléter** le tableau de valeurs ci-dessous.

$t$	7	8	9	11	12	13	14	15	16
$f(t)$	158			278		362	410		518

c) **Tracer** la représentation graphique  $C_f$  de la fonction  $f$  à l'aide de la calculatrice.

2) L'objectif de l'entreprise est de vendre trois fois plus de véhicules que la septième année, soit 474 véhicules. Elle désire connaître l'année pour laquelle elle atteindra cet objectif.

**Déterminer** graphiquement l'année à partir de laquelle cet objectif est atteint.

*(D'après sujet de Bac Pro Maintenance de véhicules automobiles Session juin 2009)*

### Exercice 3

Une des principales sources de sucre exploitées dans le monde est la betterave sucrière.

On appelle  $T$ , la valeur de la quantité de sucre contenue dans 100 kg de betteraves.

Par exemple,  $T$  est égale à 16 si 100 kg de betteraves contiennent 16 kg de sucre.

Si la valeur de la quantité de sucre  $T$  des betteraves est inférieure à 16, la sucrerie pénalise l'exploitant agricole.



La quantité de sucre  $T$  dépend, entre autres facteurs, de la masse  $m$  d'engrais azoté répandu par hectare de culture.

**Le but des questions suivantes est de déterminer :**

- la masse  $m_0$  d'engrais azoté répandu pour que  $T$  soit maximale,
- l'encadrement de la masse  $m$  d'engrais azoté répandu pour que l'exploitant agricole ne soit pas pénalisé.



**Partie 1 : expression de  $T$ .**

On considère que la quantité de sucre  $T$  est donnée par la relation suivante :

$$T = -0,004 m^2 + m - 40$$

où  $m$  représente la masse, en kg, d'engrais azoté répandu sur un hectare.

**Calculer** la quantité de sucre pour une masse  $m$  de 130 kg.

**Partie 2 : étude mathématique de la fonction associée.**

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[70 ; 170]$  par :

$$f(x) = -0,004 x^2 + x - 40.$$

- 1) **Calculer** l'abscisse du sommet de la courbe représentative de  $f$ .
- 2) **Compléter** le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $[70 ; 170]$ .

$x$	70	...	170
Variation de la fonction $f$			

- 3) **Compléter** le tableau de valeurs de la fonction  $f$ .

$x$	70	90	110	120	125	130	150	160	170
Valeur de $f(x)$	10,4			22,4			20	17,6	

- 4) **Construire** la courbe représentative de la fonction  $f$  à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.
- 5) **Tracer** la droite  $D$  d'équation  $y = 16$  dans le même repère.
- 6) **Résoudre** graphiquement l'équation  $f(x) = 16$ .

**Partie 3 : exploitation de l'étude mathématique.**

En intégrant une réflexion sur le développement durable, en rejetant le recours aux épandages d'engrais inutile :

- 1) **Indiquer** la masse  $m_0$  d'engrais azoté répandu pour que la quantité de sucre  $T$  soit maximale.
- 2) **Déterminer** l'encadrement de la masse  $m$  d'engrais azoté répandu pour que l'exploitant agricole ne soit pas pénalisé. On rappelle que  $T$  doit être supérieure à 16.

*(D'après sujet de Bac Pro Maintenance des matériels Session juin 2009)*



**Exercice 4**

Dans une grande surface, « le caddy moyen » est de 100 euros (dépense moyenne d'un client qui passe à la caisse).

Le montant des charges de cette grande surface en fonction du nombre  $n$  de clients est donné par :

$$C(n) = 0,4n^2 - 72n + 4\,800$$



1) a) **Exprimer** le chiffre d'affaire  $C_A(n)$  en fonction du nombre de clients  $n$ .

b) À l'aide de la calculatrice, **tracer** la droite D d'équation  $y = 100x$ . Cette droite modélise le chiffre d'affaire  $C_A$ .

2) Étude de la fonction  $f$

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 0,4x^2 - 72x + 4\,800$  sur l'intervalle  $[0 ; 410]$ .  
Sa représentation graphique modélise le montant des charges  $C$ .

a) **Compléter** le tableau de valeurs ci-dessous.

$x$	0	30	50	90	150	200	300	400	410
$f(x)$	4 800					6 400	19 200	40 000	42 520

b) **Calculer** l'abscisse du sommet de la courbe représentative de  $f$ .

c) **Compléter** le tableau de variation ci-dessous :

$x$	0	...	410
Variation de $f$			

d) À l'aide de la calculatrice, **construire** la courbe représentative de la fonction  $f$ .

3) Interprétation graphique

a) Pour quel nombre de clients les charges sont-elles minimales ?

b) Pour 200 clients le bénéfice est de 13 600 €. **Justifier** graphiquement ce résultat.

*(D'après sujet de Bac Pro Commerce – Services – Vente Session 2006)*



**Exercice 5**

Le comptable d'une entreprise de transport international réalise une étude prévisionnelle. Pour cela, il étudie l'évolution du montant des charges de l'entreprise et celle des recettes entre 2013 et 2023.

**PARTIE I : Étude des recettes**

Soit  $g$  la fonction représentant le montant des recettes de l'entreprise. On définit  $g$  sur l'intervalle  $[0 ; 11]$  par :

$$g(x) = -1500x^2 + 21\,000x + 120\,000$$



où  $x$  représente le rang de l'année dans la période 2013 à 2023

- 1) Le comptable veut déterminer en quelle année les recettes de l'entreprise sont maximales.
  - a) **Calculer** pour quelle valeur du rang  $x$  la fonction  $g$  atteint un maximum.
  - b) En **déduire** en quelle année les recettes de la société sont maximales.
- 2) a) **Compléter** le tableau de variation de la fonction  $g$ .

$x$	0	...	11
Variation de $g$			

- b) **Compléter** le tableau de valeurs de la fonction  $g$  ci-dessous.

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$g(x)$	120000	139500	156000	169500	180000	187500				187500	180000	

- c) À l'aide de la calculatrice, **tracer** la courbe représentative  $C_g$  de la fonction  $g$ .

**PARTIE II : Exploitation des résultats**

Sachant que le résultat de l'entreprise est égal à la différence entre le montant des recettes et le montant des charges, **déterminer** à l'aide des courbes :

- 1) Au cours de quelle année le résultat est nul.
- 2) Le montant du résultat réalisé en 2017.
- 3) En quelle année le résultat est maximal.

*(D'après sujet de Bac Pro Comptabilité Session 2006)*