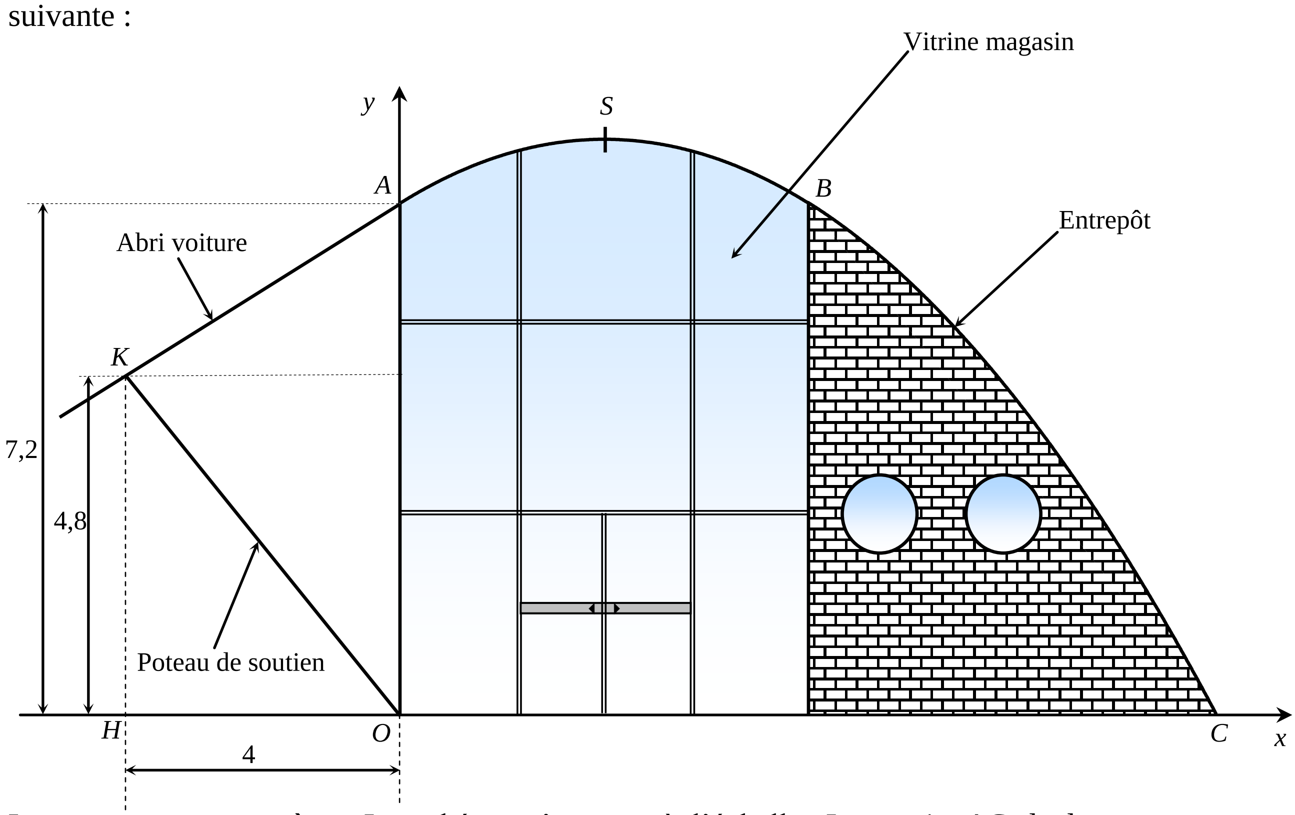
APPROCHER UNE COURBE AVEC DES DROITES

Exercice 1

Une société désire construire un magasin. L'architecte propose à l'entrepreneur la devanture suivante :



Les cotes sont en mètre. Le schéma n'est pas à l'échelle. La partie AC de la structure métallique du toit a une forme parabolique. L'exercice propose d'étudier la continuité visuelle de la toiture.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 12] par : $f(x) = -0,1\,x^2 + 0,6\,x + 7,2$.

1) Tracé du toit

a) **Compléter** le tableau de valeurs. **Arrondir** les résultats au dixième.

x	0	1,5	3	4,5	6	8	10	12
$f(x)$	7,2		8,1		7,2			0

b) **Tracer** l'arc de parabole P à l'aide de la calculatrice.

2) Continuité visuelle

a) Le point A a pour coordonnées A (0 ; 7,2). **Montrer** à l'aide de la calculatrice que le nombre dérivé au point A est 0,6.

b) **Donner** l'équation de la tangente ($\mathcal{T}$) en A à la courbe P.

c) **Tracer** la tangente ($\mathcal{T}$) à l'aide de la calculatrice.

d) À l'aide de l'équation de la tangente ($\mathcal{T}$), **vérifier** que le point K appartient à cette droite.

(*D'après sujet de Bac Pro Métal – Alu – Verre Session juin 2006*)

Exercice 2

La période T d'un pendule est donnée par la formule :

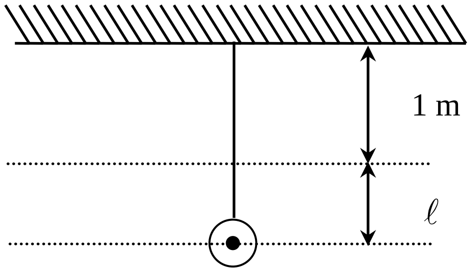
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} T : \text{en s.} \\ L : \text{longueur totale du pendule en m.} \\ g : \text{accélération de la pesanteur de valeur } 9{,}81 \text{m /s}^2. \end{cases}$$

1) Un horloger a un pendule de longueur 1 m. **Calculer** la période T. **Arrondir** au centième.

L'horloger souhaite obtenir un pendule de période égale à 2,19 s. Il décide d'allonger la barre d'une longueur ℓ, en m.

Pour des raisons techniques, ℓ ne doit pas dépasser 0,3 m.

On admet que la période T peut s'exprimer en fonction du « petit » allongement ℓ par la relation suivante : $T = -0{,}25\ \ell^2 + \ell + 2$.



2) **Résoudre** l'équation suivante : $2{,}19 = -0{,}25\ \ell^2 + \ell + 2$.
En **déduire** la valeur de l'allongement à choisir pour obtenir une période de 2,19 s.

3) L'horloger décide de construire un abaque permettant de lire directement la période en fonction de l'allongement du pendule.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 0,3] par : $f(x) = -0{,}25x^2 + x + 2$

a) **Compléter** le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
$f(x)$						

b) **Tracer** la courbe représentative de la fonction f à l'aide de la calculatrice.

c) On considère le point A d'ordonnée 2,19 situé sur $\mathcal{C}$.
Déterminer graphiquement l'abscisse du point A.

d) **Donner** le nombre dérivé de la fonction f au point d'abscisse 0,2.

e) **Montrer** que la tangente D à la courbe au point d'abscisse 0,2 a pour équation :

$$y = 0{,}9\,x + 2{,}01.$$

f) **Tracer** la tangente D dans le repère. **Formuler** une remarque.

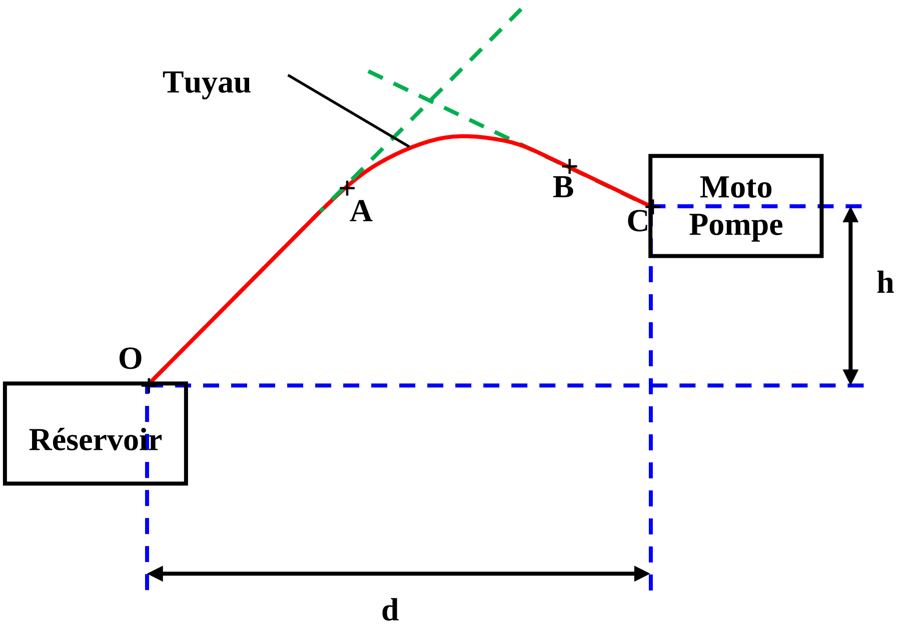
4) Soit P le point d'abscisse 0 de la tangente D et N le point d'abscisse 0 de la courbe $\mathcal{C}$.
Calculer la différence des ordonnées de ces deux points.

5) On considère que l'on peut remplacer la courbe $\mathcal{C}$ par la droite D lorsque cela modifie la valeur de la période T du pendule de moins de 0,02 s. En observant le graphique, **indiquer** si cette condition est réalisée lorsque la longueur ℓ est inférieure à 0,3 m. **Justifier** la réponse.

(D'après sujet de Bac Pro Horlogerie Session juin 2006)

Exercice 3

Un bureau d'étude s'est vu confier la conception d'un tuyau rigide en remplacement d'un flexible défectueux. Le profil du tuyau est schématisé ci-dessous.



Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 50] par $f(x) = -0{,}03125x^2 + 2{,}125x - 10{,}125$.

Partie 1 : Tracé d'une courbe

L'arc $\overset{\frown}{AB}$ est une partie de la courbe représentative de la fonction f.

1) **Calculer** l'abscisse correspondant au sommet de la courbe représentative de la fonction f.

2) **Compléter** le tableau de valeurs de la fonction f.

x	0	8	20	30	34	40	50
Valeur de $f(x)$		4,875	19,875		26	24,875	

3) **Compléter** le tableau de variation de la fonction f.

x	0 … 50
Sens de variation de f	

4) **Ouvrir** le fichier GéoGébra tuyau et **tracer** la courbe représentative de la fonction f.

Partie 2 : Tracé de la droite (OA)

Le point O, origine du repère, représente la sortie du réservoir.

1) Dans le repère du fichier GéoGébra, **tracer** la droite D_1 d'équation $y = x$.

2) Afin de vérifier que la droite D_1 est tangente à la courbe C_f, on se propose de résoudre l'équation $f(x) = x$ et de vérifier si le nombre dérivé de f en A est égal au coefficient directeur de la tangente à C_f en ce point.

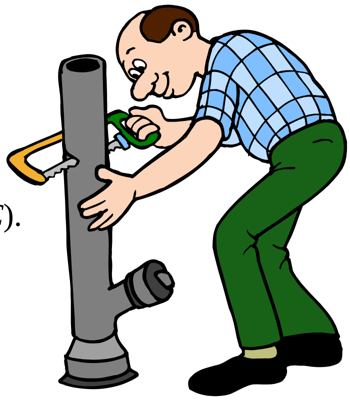
a) **Montrer** que l'équation $f(x) = x$ peut s'écrire $-0{,}03125x^2 + 1{,}125x - 10{,}125 = 0$

b) **Montrer** que cette équation admet une unique solution.

c) **Calculer** l'abscisse du point A, solution de l'équation $-0{,}03125x^2 + 1{,}125x - 10{,}125 = 0$

d) **Donner** le nombre dérivé de f en A et le **comparer** au coefficient directeur de la tangente à C_f en ce point.

e) **Dire** si le résultat précédent permet d'affirmer que la droite D_1 est tangente à la courbe C_f au point A.



Partie 3 : Tracé de la droite (BC)

Le point C représente l'entrée de la pompe.

1) **Placer** les points B (42 ; 24) et C (50 ; 20) et **tracer** la droite (BC).

2) **Donner** le coefficient directeur de la droite (BC).

3) **Déterminer** le nombre dérivé de la fonction f pour $x = 42$.

4) **Justifier** que la droite (BC) est tangente à la courbe C_f au point B.

(*D'après sujet de Bac Pro MEI Session juin 2008*)

Exercice 4

Le rapport $\dfrac{\text{masse de carburant}}{\text{masse d'air}}$, appelé dosage, est pour un avion compris entre $\dfrac{1}{20}$ et $\dfrac{1}{5}$.

La puissance P, en MW, développée par le moteur (en fonction du dosage) peut être modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle [0,05 ; 0,2] par : $f(x) = -160\,x^2 + 40\,x - 1{,}6$

1) **Compléter** le tableau de valeurs. Les résultats seront arrondis au centième.

x	0,05	0,06	0,08	0,10	0,125	0,16	0,18	0,20
$f(x)$								

2) **Tracer** la courbe représentative de la fonction f à l'aide de la calculatrice.

3) Le meilleur rendement est atteint pour un dosage correspondant au point M de la courbe pour lequel la tangente passe par l'origine et a un coefficient égal à 8.
Déterminer l'équation de cette tangente et **tracer** celle-ci dans le repère précédent.

4) **Lire** graphiquement les coordonnées du point d'intersection entre la courbe et la tangente.

5) En **déduire** le dosage qui donne le meilleur rendement.

(*D'après sujet de Bac Pro Aéronautique Session 2004*)